

Flávio Pinheiro Corsini

**Dinâmica e previsão de preços de
commodities agrícolas com
o filtro de Kalman**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do Diploma de
Engenheiro de Produção

São Paulo

2008

Flávio Pinheiro Corsini

**Dinâmica e previsão de preços de
commodities agrícolas com
o filtro de Kalman**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do Diploma de
Engenheiro de Produção

Orientadora:
Prof^a Dr^a Celma de Oliveira Ribeiro

**São Paulo
2008**

FICHA CATALOGRÁFICA

Corsini, Flávio Pinheiro

Dinâmica e previsão de preços de commodities agrícolas com o filtro de Kalman / F. P. Corsini. – São Paulo, 2008.

123 p.

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Filtro de Kalman 2.Sistema de otimização 3.Finanças
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

Dedicatória

À minha família.

Agradecimentos

Aos meus pais, ao meu irmão e à minha namorada por todo apoio, conselhos e motivação.

À professora Dr^a Celma O. Ribeiro, pela orientação, colaboração e conhecimentos compartilhados que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Aos amigos e colegas da faculdade, por todos estes anos de estudo compartilhados e pelas amizades que levarei para toda a vida.

Resumo

A aplicação do filtro de Kalman em modelos de apreçamento de commodities tem sido foco de estudos recentes. Neste trabalho, foi utilizada essa técnica de filtragem estocástica para modelar o preço à vista de commodities agrícolas, tendo como foco sua aplicação no mercado brasileiro. Para tanto, utilizam-se os sinais dados pelos preços dos contratos futuros da commodity analisada para definir o comportamento dos preços à vista com base no filtro de Kalman e na teoria de arbitragem entre preços à vista e futuros. Presume-se que estas commodities apresentam liquidez e possuem preços bem definidos nas bolsas de negociação, assegurando as hipóteses necessárias para uso dos modelos. O modelo proposto generaliza modelos clássicos, a medida que permite a inclusão de variáveis exógenas para explicar a evolução dos preços à vista. Outra contribuição aqui desenvolvida consiste na estimação de parâmetros do modelo que foi realizada de maneira híbrida, empregando-se técnicas usuais de mercado para determinação de retornos médios e volatilidade, e também métodos de otimização a fim de determinar o retorno de conveniência do ativo com base no filtro de Kalman. O modelo é analisado com dados do mercado de açúcar e os resultados obtidos indicam que o modelo apresenta boa aderência à realidade e mostra-se apropriado para a previsão de preços.

Abstract

The Kalman filter's application in commodities pricing models has been object of recent works. Here, this stochastic filtering technique was used to model the spot price of agricultural commodities with principal objective its application to Brazilian market. In order to that, signals from the commodity future contracts are used as input to define the behavior of spot prices based on the Kalman filter and the arbitrage relationship between spot and future prices. Good liquidity and a well defined price in the future exchange market are necessary assumptions for the model's efficiency. The model developed here generalizes classic models in the measure that it permits the inclusion of exogenous variables to explain the spot price evolution. Another contribution of this work is the parameter estimation using an hybrid methodology, with usual market techniques to determine mean return and volatility, as well as optimization methods to estimate asset's convenience yield based on Kalman filter. After all, the model is back tested with real market data and the results show that the model has a good fit and is appropriate to be used in commodity prices forecasts.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVO DO TRABALHO	19
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	21
2	REVISÃO TEÓRICA	25
2.1	REVISÃO TEÓRICA	25
2.1.1	<i>Processo Estocástico</i>	<i>25</i>
2.1.2	<i>Propriedade de Markov.....</i>	<i>27</i>
2.1.3	<i>Movimento Browniano Geométrico e Processo de Ito</i>	<i>27</i>
2.1.4	<i>Reversão à Média</i>	<i>31</i>
2.1.5	<i>Mercado à vista e futuro.....</i>	<i>33</i>
2.1.6	<i>Retorno esperado e volatilidade do preço de um ativo</i>	<i>38</i>
2.1.7	<i>Ativo livre de risco.....</i>	<i>43</i>
2.2	APREÇAMENTO DE ATIVOS: REVISÃO DA LITERATURA.....	43
3	O MERCADO DE COMMODITIES	47
3.1	O MERCADO FUTURO DE COMMODITIES	47
3.2	O AGRONEGÓCIO NO BRASIL	49
3.3	ARMAZENAGEM, ESTOQUES E O RETORNO DE CONVENIÊNCIA.....	50
3.3.1	<i>Os estoques e os preços.....</i>	<i>50</i>
3.3.2	<i>O custo de carregamento e o retorno de conveniência</i>	<i>53</i>
3.4	RELACIONAMENTO DE PREÇOS NO MERCADO À VISTA E FUTURO	54
3.5	REVISÃO DE MODELOS DE APREÇAMENTO DE COMMODITIES	57
4	O FILTRO DE KALMAN.....	61
4.1	MODELOS DE ESPAÇO DE ESTADOS	62
4.2	O FILTRO DE KALMAN.....	64
4.3	ALGORITMO DO FILTRO DE KALMAN.....	66
4.4	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS	68

5	MODELO DE APREÇAMENTO DE COMMODITY	71
5.1	DESENVOLVIMENTO DO MODELO	71
5.2	ESTIMATIVA DE PARÂMETROS	78
5.2.1	<i>Retorno médio e volatilidade do ativo à vista</i>	<i>79</i>
5.2.2	<i>Retorno de conveniência</i>	<i>80</i>
5.3	ADICIONANDO UMA NOVA VARIÁVEL AO MODELO	83
6	APLICAÇÃO DO MODELO PARA O MERCADO NACIONAL DE AÇÚCAR..	89
6.1	O MERCADO DE AÇÚCAR E O SETOR SUCRO-ALCOOLEIRO BRASILEIRO	89
6.2	SÉRIES HISTÓRICAS DE AÇÚCAR À VISTA E FUTURO UTILIZADA	91
6.3	O PETRÓLEO COMO VARIÁVEL EXPLICATIVA	93
6.4	PARÂMETROS ESTIMADOS E RESULTADOS OBTIDOS.....	95
7	CONCLUSÃO.....	103
7.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	105
8	BIBLIOGRAFIA	107
9	ANEXO.....	111
	ANEXO A: DADOS DOS CONTRATOS DE AÇÚCAR UTILIZADOS.....	113

Índice de Figuras

FIGURA 2-1 – TRAJETÓRIAS DO PREÇO DE UM ATIVO OBEDECENDO A UM PROCESSO ESTOCÁSTICO.....	26
FIGURA 2-2 – CURVA DE PREÇOS FUTUROS DE GASOLINA.....	32
FIGURA 2-3 – CURVA DE PREÇOS FUTUROS DE GASOLINA.....	33
FIGURA 2-4 – LIQUIDAÇÃO DE POSIÇÃO SEM CÂMARA DE COMPENSAÇÃO.....	35
FIGURA 2-5 – LIQUIDAÇÃO DE POSIÇÃO COM CÂMARA DE COMPENSAÇÃO	35
FIGURA 2-6 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DOS RETORNOS LINEARES	39
FIGURA 2-7 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DOS RETORNOS LOGARÍTMICOS.....	40
FIGURA 2-8 – TRAJETÓRIA DO PREÇO DE UM ATIVO COM RETORNO DIÁRIO DE 0,05% E VOLATILIDADE DE 2%	42
FIGURA 2-9 – TRAJETÓRIA DO PREÇO DE UM ATIVO COM RETORNO DIÁRIO DE 0,10% E VOLATILIDADE DE 3%	42
FIGURA 3-1 – VOLUME FINANCEIRO DE COMMODITIES AGROPECUÁRIAS NEGOCIADO NA BM&F	48
FIGURA 3-2 – NÚMERO DE CONTRATOS DE COMMODITIES AGROPECUÁRIAS NEGOCIADO NA BM&F.....	48
FIGURA 4-1 – DIAGRAMA DE FUNCIONAMENTO DO FILTRO DE KALMAN	64
FIGURA 4-2 – ROTINA SIMPLIFICADA PARA RESOLUÇÃO DO FILTRO DE KALMAN	67
FIGURA 4-3 – ROTINA E FÓRMULAS PARA RESOLUÇÃO DO FILTRO DE KALMAN	67
FIGURA 4-4 – ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE UMA REGRESSÃO LINEAR	69
FIGURA 6-1 – EVOLUÇÃO DA PRODUÇÃO DE CANA-DE-AÇÚCAR NO BRASIL.....	90
FIGURA 6-2 – EVOLUÇÃO DA PRODUÇÃO DE AÇÚCAR NO BRASIL.....	90

FIGURA 6-3 – EVOLUÇÃO DO PREÇO DOS CONTRATOS FUTUROS DE AÇÚCAR NEGOCIADOS NA BM&F.....	92
FIGURA 6-4 – RETORNOS DIÁRIOS E RETORNO MÉDIO DOS CONTRATOS FUTUROS DE AÇÚCAR NEGOCIADOS NA BM&F	92
FIGURA 6-5 – EVOLUÇÃO DOS PREÇOS DO AÇÚCAR À VISTA DIVULGADOS PELA ESALQ	93
FIGURA 6-6 – PREÇO DO PETRÓLEO NO MERCADO INTERNACIONAL.....	94
FIGURA 6-7 – AUTOCORRELOGRAMA DOS RETORNOS DIÁRIOS DO PREÇO DO PETRÓLEO E DO PREÇO DO AÇÚCAR.....	95
FIGURA 6-8 – RETORNO DE CONVENIÊNCIA (SAÍDA DO MODELO)	98
FIGURA 6-9 – RESULTADO DO MODELO SIMULADO PARA O PREÇO DO AÇÚCAR NACIONAL.....	99
FIGURA 6-10 – COMPARAÇÃO DO MODELO DESENVOLVIDO COM MODELO INGÊNUO.....	100
FIGURA A-1 – PREÇO DO CONTRATO FUTURO DE AÇÚCAR.....	122
FIGURA A-2 – PREÇO DO CONTRATO À VISTA DE AÇÚCAR	122
FIGURA A-3 – TAXA DE JUROS LIVRE DE RISCO	123
FIGURA A-4 – PREÇO DO BARRIL DE PETRÓLEO	123

Índice de Tabelas

TABELA 3-1 – RELACIONAMENTO ENTRE PREÇOS À VISTA E PREÇOS FUTUROS.....	55
TABELA 6-1 – RETORNO MÉDIO DIÁRIO E VOLATILIDADE DOS CONTRATOS FUTUROS DE AÇÚCAR NEGOCIADOS NA BM&F	93
TABELA 6-2 – RESUMO DOS ERROS DOS MODELOS IMPLEMENTADOS	101

Introdução

1 Introdução

O agronegócio é hoje um dos setores mais dinâmicos da economia brasileira. Mudanças expressivas no sistema produtivo marcaram os últimos anos, baseadas na modernização e profissionalização do setor agrícola. Assim, nas últimas décadas, esse setor foi um dos primeiros da economia nacional a se globalizar e um dos pioneiros na utilização de tecnologia intensiva de produção. O mercado de commodities agrícolas é complexo e sua negociação pode ocorrer através dos mercados à vista, a termo ou de derivativos, sendo que a ausência de liquidez no mercado à vista dificulta o apreçamento desses ativos. O mercado de derivativos, em contrapartida, mais especificamente o mercado de contratos futuros de commodities, caracteriza-se por ter um expressivo volume de negociações. Isso significa que quando um volume financeiro relevante é negociado nos contratos futuros, poucos negócios são efetivamente realizados sobre o ativo à vista. Garcia e Leuthold (2004) destacam que o mercado de derivativos de commodities é extremamente dinâmico. Nos últimos vinte anos, esse mercado sofreu um crescimento bastante acentuado e bem distribuído em diversos mercados mundiais, com a introdução de diversos tipos de contratos a serem negociados e passando a abranger ativos distintos que se adequaram, de maneira cada vez mais precisa, às necessidades do mercado e da indústria que está presente de forma ativa nas negociações de commodities nas praças financeiras do globo.

O mercado de commodities possui peculiaridades, especialmente no mercado local, pois além de apresentarem determinantes de preço complexas (como efeitos sazonais, estoques e custos diversos), o mercado futuro possui uma liquidez de negociações significativamente superior ao mercado à vista, dificultando a negociação e a formação de preços dos contratos dessa última modalidade. Essa liquidez deve-se à presença de vários tipos de atores no mercado futuro além dos investidores tradicionais (os especuladores, os hedgers e os arbitradores) que muitas vezes não se interessam em possuir a mercadoria de maneira física, mas sim em realizar somente posições financeiras, recorrendo então ao mercado futuro. Dessa forma os modelos que pretendem descrever preços à vista muitas vezes têm como direcionadores os preços nos mercados futuros.

Modelos de apreçamento dessa classe de ativos são atualmente objeto de estudo de importantes trabalhos científicos, uma vez que são diretamente demandados por um mercado cujas taxas de crescimento têm sido elevadas e que vem passando por um período de aperfeiçoamento de sua gestão financeira. Nessa linha está o foco deste trabalho, que tem como base o filtro de Kalman e a teoria de arbitragem entre preços à vista e futuros, para modelar o preço de commodities e os retornos de conveniência implícitos nas negociações desta classe de ativos. O objetivo deste estudo é, portanto, a criação de um modelo para estimar o preço à vista de contratos de commodities a partir dos preços de seus respectivos contratos futuros podendo considerar também outras variáveis relevantes. Ao final, aplica-se o modelo ao mercado doméstico de açúcar que, com um crescimento importante realizado nos últimos anos, tem demandado cada vez mais instrumentos financeiros avançados nesse setor.

No entanto, três grandes destaques podem ser dados a este trabalho. O primeiro é o fato de ser inédita no mercado doméstico a abordagem aqui dada ao problema de apreçamento de commodities agrícolas, pois mesmo com grandes demandas nesse setor por se destacar no cenário mundial como produtor, consumidor e exportador de commodities agrícolas, a tecnologia desse tipo de modelagem estava até então restrita a artigos recentes realizados no exterior. Em segundo lugar, aqui foi proposta uma maneira diferenciada de se abordar o problema. Conceitualmente, enquanto nesses outros trabalhos todas as variáveis são otimizadas em um só sistema (o que é conhecido como “caixa negra” pois não se conhece o que se passa em detalhes dentro do modelo), aqui é proposta uma forma híbrida de se estimar variáveis. A grande vantagem é tornar possível conhecer, de forma independente, o valor estimado de cada variável do sistema, podendo essas serem de grande complexidade de mensuração, o que torna o trabalho mais interessante à medida que suas saídas vão além do preço estimado de commodities agrícolas, fornecendo também os valores independentes para as variáveis estimadas pelo modelo. Por último, o modelo é capaz de incorporar qualquer outra variável que possuir poder explicativo para a aplicação a ser realizada, sendo, portanto, abrangente e flexível.

1.1 *Objetivo do trabalho*

O objetivo deste trabalho é tratar do problema de apreçamento de commodities agrícolas negociadas à vista no mercado nacional bem como da utilização dessa modelagem para determinar parâmetros de mercado. Para tanto, serão utilizadas as abordagens do filtro de Kalman e da teoria de arbitragem entre preços à vista e futuros.

O tema commodities representa um grande “tabu” mesmo para grandes instituições financeiras nacionais. O Banco Real, instituição financeira que auxiliou o desenvolvimento desse trabalho, possui grande penetração no território nacional e faz parte de uma estrutura internacional de grande porte. Em março de 2008, contava, no território brasileiro, com 1.142 agências, 4.130.026 correntistas e 33.202 funcionários, oferecendo aos clientes uma vasta gama de produtos como financeira, banco de investimentos (gestão de fundos, estruturação de ofertas públicas e emissão de títulos, dentre outras), tesouraria (acesso aos clientes a estruturas de hedge de passivos ou de posicionamentos para investimentos, gestão de risco, mesa de operações proprietária, dentre outras). No entanto, mesmo com essa estrutura de grandes dimensões, não faz parte dos produtos de tesouraria do Banco Real oferecer aos clientes operações com commodities, devido à grande dificuldade no apreçamento de estruturas desse tipo, bem como de atuação no mercado financeiro.

Visa-se também com este trabalho a uma aplicação mais precisa do que a apresentada no primeiro parágrafo deste item, em que se deseja propor uma primeira ferramenta a essa instituição para abordar esse tipo de problema. Rapidamente, podem ser mencionados dois fortes motivos para se iniciar esse tipo de serviço. Primeiramente, o fato de ainda ser muito escasso no mercado produto como esse, a margem de resultado financeiro em operações dessa modalidade certamente será bastante atraente. Além disso, passa a ser um importante diferencial para fidelizar clientes como fazendas de plantações agrícolas e usinas sucro-alcooleiras, as quais possuem uma enorme demanda atualmente para proteger seus passivos contra variações de preços no mercado.

De uma maneira mais ampla, este trabalho é uma novidade para o mercado financeiro nacional de commodities agrícolas. Deseja-se com ele dar um importante passo para o

mercado doméstico de modo a incentivar pesquisas e estudos deste tema uma vez que o Brasil se destaca mundialmente como grande produtor agrícola e também como inovador no mercado de energia com o tema dos bicomcombustíveis.

1.2 Estrutura do trabalho

Neste primeiro capítulo, “Introdução”, são apresentados o objetivo do trabalho, uma introdução ao tema e à sua problemática, bem como a abordagem adotada para sua resolução.

No capítulo 2, “Revisão teórica”, os conceitos necessários para o entendimento sobre o tema “apreçamento de ativos” são descritos. Aborda-se num primeiro momento não só conceitos matemáticos e de finanças, como também processos estocásticos e a propriedade de Markov, o movimento Browniano geométrico, processos de reversão à média, o funcionamento de mercados à vista e futuros e a definição de um ativo livre de risco. Em seguida, realiza-se uma revisão da literatura considerando os mais importantes trabalhos realizados neste tema mostrando a evolução da teoria de apreçamento de ativos.

No capítulo 3, “O mercado de commodities”, o tema “commodities”, o principal foco deste trabalho, é aprofundado passando por uma descrição dos mercados futuros de commodities e do agronegócio no Brasil bem como por importantes variáveis que influenciam seus preços, como os custos de armazenagem, os estoques e o retorno de conveniência. Nessa mesma linha, é apresentada a teoria de arbitragem entre preços à vista e futuros utilizando os conceitos analisados até o momento. Ao final, é realizada uma revisão de relevantes modelos de apreçamento de commodities.

No capítulo 4, “O filtro de Kalman”, apresenta-se a teoria do filtro de Kalman, uma das principais ferramentas utilizadas neste trabalho, iniciando-se com os modelos de espaço de estados, de onde o filtro de Kalman se deriva. O algoritmo para sua resolução é em seguida apresentado, acompanhado na sequência pelo problema da estimativa de parâmetros para o modelo.

No capítulo 5, “Modelo de apreçamento de commodity”, é apresentada, de maneira formal, a formulação matemática do modelo de apreçamento de contratos à vista de commodities. Em seguida, uma solução matemática também é proposta ao problema de estimação de parâmetros. Por último, flexibiliza-se o modelo para a introdução de outras variáveis explicativas relevantes.

No capítulo 6, “Aplicação do modelo para o mercado nacional de açúcar”, o modelo desenvolvido é aplicado ao mercado brasileiro de açúcar. Inicialmente, realiza-se uma descrição e uma análise geral sobre o mercado sucro-alcooleiro nacional. Detalham-se as séries passadas utilizadas e a introdução de uma nova variável explicativa ao modelo para que, em seguida, seja realizada sua aplicação concreta. Para tanto, o modelo foi simulado com dados passados de mercado. Ao final, são apresentados os resultados dos parâmetros estimados bem como a saída do modelo. Diversas variações foram realizados para tornar mais eficaz a análise dos resultados, tendo como base dados reais realizados.

Por fim, o Capítulo 7, “Conclusão”, apresenta a conclusão do trabalho desenvolvido, comentários finais acerca do problema e recomendações para trabalhos futuros.

Em anexo estão disponíveis os dados de entrada utilizados para a simulação do modelo.

Revisão Teórica

2 Revisão Teórica

Este capítulo está dividido em duas partes principais. Na primeira delas é apresentada uma série de definições de termos e teorias relevantes para a compreensão deste trabalho. Em seguida, é apresentada uma revisão geral da literatura destacando os principais e mais recentes trabalhos publicados sobre temas relacionados ao aqui desenvolvido.

2.1 Revisão teórica

2.1.1 Processo Estocástico

A análise de preços é atualmente bastante abordada em finanças e, para tanto, consideram-se os preços de ativos como variáveis aleatórias cuja evolução temporal independe de ocorrências passadas. Daí a importância do uso de processos estocásticos, uma das maneiras mais eficazes e utilizadas nos estudos recentes.

Morettin e Toloi (2004) definem processos estocásticos como uma família de $Z = \{Z(t), t \in T\}$, onde T é um conjunto arbitrário, tal que, para cada $t \in T$, $Z(t)$ é uma variável aleatória.

Assim, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias definidas num mesmo espaço de probabilidades Ω , sendo Ω o espaço amostral. Como para $t \in T$, $Z(t)$ é uma variável aleatória definida sobre Ω , na realidade $Z(t)$ é uma função de dois argumentos, $Z(t, \omega)$, $t \in T$, $\omega \in \Omega$.

Então para cada $t \in T$ temos uma variável aleatória $Z(t, \omega)$ com uma distribuição de probabilidades; é possível que a função densidade de probabilidade no instante t_1 seja diferente da função densidade de probabilidade no instante t_2 para dois instantes t_1 e t_2 quaisquer, apesar de que o mais usual é que a função densidade de probabilidade de $Z(t, \omega)$ seja a mesma para todo $t \in T$.

Por outro lado, para cada $\omega \in \Omega$ fixado, obtemos uma função de t , ou seja, uma realização ou trajetórias do processo, ou ainda, uma série temporal.

Segundo Hull (2001), pode-se dizer que toda variável que possui um valor que varia no tempo de uma maneira incerta segue um processo estocástico. Processos estocásticos podem ainda ser classificados como em tempo discreto ou contínuo. Em um processo estocástico em tempo discreto o valor da variável pode mudar somente em certos pontos temporais fixos, quando em um processo estocástico em tempo contínuo esse valor pode variar a qualquer instante de tempo dentro de um intervalo $[a;b]$. Dessa mesma maneira, as variáveis em cada instante podem também ser discretas ou contínuas.

Preços de ativos financeiros são freqüentemente considerados como variáveis aleatórias. Mesmo conhecida uma trajetória que descreva um preço em um intervalo de tempo $[t_1, t_2]$ passado, não se sabe a priori qual será a trajetória futura. O que se pode admitir é uma particular distribuição de probabilidades em cada instante futuro t . A figura abaixo ilustra este processo.

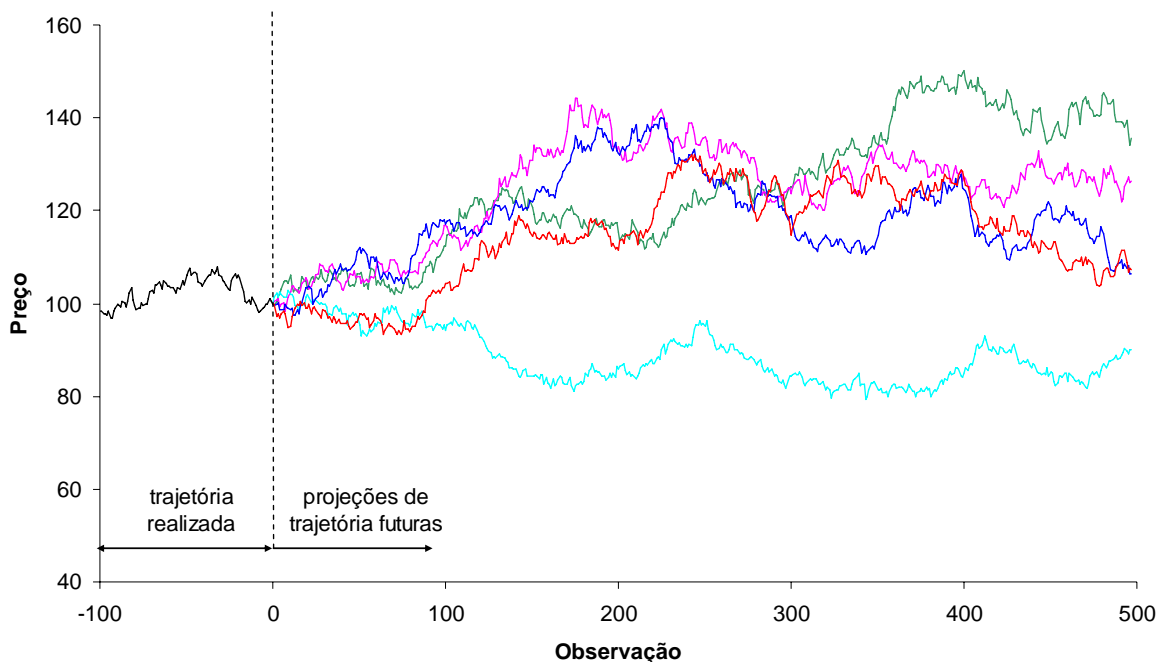


Figura 2-1 – Trajetórias do preço de um ativo obedecendo a um processo estocástico

2.1.2 Propriedade de Markov

Segundo Hull (2001) um processo de Markov é um tipo particular de processo estocástico onde apenas o valor atual de uma variável é relevante para prever o futuro. O passado histórico de uma variável e a maneira que o passado evoluiu até o presente são então irrelevantes. Trata-se portanto de um processo estocástico em que o comportamento de uma variável em um período curto de tempo depende somente do valor dessa variável no início desse período e não do seu passado histórico.

Este conceito fica claro quando, por exemplo, considera-se um ativo cujo preço na presente data seja 100 reais. Se esse ativo segue um processo de Markov, a previsão dos preços futuros não deve ser afetada pelo preço que possuía uma semana atrás, um mês antes ou mesmo no ano anterior. As previsões futuras são incertas e devem ser expressas em termos de distribuição de probabilidades.

Assim, a propriedade de Markov implica que o preço de um ativo em qualquer período à frente não esteja ligado à trajetória que ele seguiu até lá. Essa teoria possui importância significativa no mundo das finanças, pois ela atinge diretamente investidores. Isso porque se informações passadas fossem, de fato, fonte de dados para previsões futuras, analistas técnicos de preços poderiam realizar retornos acima da média ao interpretar gráficos de preço histórico de ativos. Na realidade, o mundo dos preços não é tão simples assim.

2.1.3 Movimento Browniano Geométrico e Processo de Ito

Considere uma variável que siga um processo estocástico de Markov. Supõe-se que o valor atual dela seja X_0 e que a mudança em seu valor no período de um ano obedeça a uma distribuição de $\Phi(0;1)$, onde $\Phi(\mu;\sigma)$ denota a distribuição de probabilidade normal com média μ e desvio-padrão σ .

A mudança no valor dessa variável em dois anos seria a soma de duas distribuições normais, cada uma delas possuindo média zero e desvio padrão um. Pelo fato de seguirem as

propriedades de Markov, elas são independentes uma da outra e o resultado da adição será então uma outra distribuição normal na qual a média é a soma das médias e o desvio padrão a raiz da soma das variâncias. Nesse caso, a mudança no valor dessa variável ao final de dois anos seria dada por $\Phi(0; \sqrt{2})$.

Podemos, assim, também definir a distribuição de probabilidade para um período de seis meses, que seria dada por $\Phi\left(0; \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$, de um trimestre $\Phi\left(0; \sqrt{\frac{1}{4}}\right)$, ou ainda de uma maneira mais geral, para um período de tempo de duração T , a mudança no valor desta variável é dada por $\Phi(\mu; \sqrt{\delta T})$.

O processo aqui descrito para uma determinável variável é conhecido como movimento browniano geométrico. Trata-se de um tipo particular de processo estocástico de Markov, que teve sua origem no estudo da física, para descrever o movimento de uma partícula composta por um número grande de pequenos choques moleculares.

Atualmente, toda a área de finanças moderna está lastreada no movimento geométrico browniano. A variável exemplificada acima, assim como o movimento de uma partícula, são analogias a uma trajetória de evolução do preço de determinado ativo. Assim, essa teoria permite que se construam modelos para determinar preços de ativos financeiros complexos, como as opções e as commodities.

Seguindo essa abordagem, Luenberger (1998) introduz o movimento browniano geométrico supondo N períodos de duração Δt e definindo um processo aditivo z dado por:

$$z(t_{k+1}) = z(t_k) + \varepsilon(t_k)\sqrt{\Delta t} \quad (\text{Eq. 1})$$

$$t_{k+1} = t_k + \Delta t \quad (\text{Eq. 2})$$

para $k = 0, 1, 2, \dots, N$. O processo é denominado “passeio aleatório”. Nessas equações, $\varepsilon(t_k)$ é uma variável aleatória de distribuição normal com média zero e variância um (uma variável aleatória de distribuição normal padrão). Estas variáveis aleatórias são não correlacionadas,

isto é, o cálculo da esperança matemática $E[\varepsilon(t_j)\varepsilon(t_k)] = 0$ para $j \neq k$, e o processo se inicia com $z(t_0) = 0$. Após isso, o caminho da variável será dado por cada passo da variável aleatória $\varepsilon(t_k)$.

Também é interessante observar a diferença entre as variáveis aleatórias $z(t_k) - z(t_j)$ para $j < k$, que podemos escrever esta diferença da seguinte forma:

$$z(t_k) - z(t_j) = \sum_{i=j}^{k-1} \varepsilon(t_i) \sqrt{\Delta t}$$

o que também é uma variável aleatória de distribuição normal, pois é a soma de variáveis aleatórias de distribuição normal. Então sabemos que:

$$E[z(t_k) - z(t_j)] = 0$$

Utilizando a independência de $\varepsilon(t_k)$:

$$\text{Var}[z(t_k) - z(t_j)] = E\left[\sum_{i=j}^{k-1} \varepsilon(t_i) \sqrt{\Delta t}\right]^2 = E\left[\sum_{i=j}^{k-1} \varepsilon(t_i)^2 \Delta t\right] = (k - j)\Delta t = t_k - t_j$$

Assim, a variância de $z(t_k) - z(t_j)$ é igual à diferença entre dois passos de tempo $t_k - t_j$. Esse cálculo explica, então, porque Δt foi utilizado na Eq. 1. Δt nada mais é do que a variância do sistema.

Um movimento browniano geométrico é obtido pelo limite do processo de “passo aleatório” definido na Eq. 1 como $\Delta t \rightarrow 0$. Podemos, assim, escrever a equação que governa um processo movimento browniano geométrico da seguinte forma:

$$dz = \varepsilon(t) \sqrt{dt} \tag{Eq. 3}$$

onde cada $\varepsilon(t_k)$ é uma variável aleatória de distribuição normal padrão. As variáveis aleatórias $\varepsilon(t')$ e $\varepsilon(t'')$ são não correlacionadas para quaisquer $t' \neq t''$.

Pode-se definir um movimento browniano geométrico se ele satisfaz as condições:

- Para todo $s < t$ o cálculo $z(t) - z(s)$ é uma variável aleatória normal com média zero e variância $t - s$.
- Para todo $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4$, as variáveis aleatórias $z(t_2) - z(t_1)$ e $z(t_4) - z(t_3)$ são não correlacionadas.
- $z(t_0) = 0$ com probabilidade um.

Podemos ainda generalizar o movimento browniano, o que é feito introduzindo ruído branco numa equação diferencial estocástica ordinária. Obtemos assim, conforme Luenberger (1998), o movimento browniano geométrico generalizado, que é da forma:

$$dx(t) = adt + bdB_t \quad (\text{Eq. 4})$$

onde $x(t)$ é uma variável aleatória para cada t , B_t é um movimento browniano geométrico e a e b são constantes.

O Processo de Ito é ainda mais geral. Trata-se de um processo descrito na forma:

$$dx(t) = a(x, t)dt + b(x, t)dB_t \quad (\text{Eq. 5})$$

A diferença é que, no processo de Ito, os coeficientes $a(x, t)$ e $b(x, t)$ podem depender de x e de t , não possuindo uma solução geral na forma analítica.

2.1.4 Reversão à Média

Segundo Hull (2001), a reversão à média é uma tendência de que a variância de um sistema tenda a “puxar” o valor de uma variável aleatória para um valor médio de longo prazo, ou seja, embora no curto prazo o valor da variável possa flutuar para cima ou para baixo, no longo prazo esse valor tende a ser trazido de volta a seu nível médio.

Um exemplo simples de modelo com reversão à média pode ser dado pela equação abaixo (Eq. 6), onde a variável V segue um processo estocástico da seguinte forma:

$$dV = \alpha(V_L - V)dt + \xi V dz \quad (\text{Eq. 6})$$

onde α é a velocidade (ou taxa) de reversão à média de longo prazo, dada por V_L (nível ao qual a variável V tende a convergir). Nesse caso, dizemos que quando $V > V_L$ a variável possui um *drift* negativo e, quando $V_L > V$, ela possui um *drift* positivo.

Geman (2005) afirma que os preços de commodities não crescem e nem diminuem na média ao longo do tempo. Mas eles tendem a reverter à média a um nível que pode ser visto como um custo marginal de produção. Por essa razão, a reversão à média é uma ferramenta apropriada para a modelagem de preços de commodities.

Muitas commodities exibem sazonalidade no preço devido a fatos simples como safra e entre-safra, estações do ano (relacionadas a mudanças climáticas, a produção de energia, a duração do dia e ao consumo de energia), dentre outros. Para eliminar a variação sazonal, Geman (2005) modela o preço S_t de um ativo a partir de seu logaritmo, conforme apresentado abaixo:

$$\ln(S_t) = f(t) + X(t) \quad (\text{Eq. 7})$$

onde $f(t)$ é uma componente determinística que é somada à componente de preço sazonal $X(t)$, definida por sua derivada segundo a equação:

$$dX(t) = (\alpha - \beta X(t))dt + \sigma dW_t \quad (\text{Eq. 8})$$

Neste contexto, a componente $f(t)$ (que é usualmente expressa na forma de seno ou cosseno com periodicidade anual), assim como os parâmetros α , β e σ são derivados de uma base histórica de preços (parâmetros que maximizam a aderência do modelo ao preço real verificado no mercado).

A figura seguinte exemplifica o caso de sazonalidade a partir dos preços que um determinado ativo possui hoje para liquidação em diversas datas futuras. Ou seja, consideramos o preço dos diversos contratos futuros de um ativo existentes em diversos vencimentos, construindo assim uma curva de preços futuros.

Assim, analisando as curvas de preços futuros de gasolina e de carvão, referentes ao dia 19 de fevereiro de 2008, ambos negociados na Bolsa de Valores de Chicago, é fácil perceber a existência de uma componente de tendência e uma outra, sazonal.

As figuras abaixo ilustram essas curvas. Os vencimentos dos contratos aparecem no eixo das ordenadas e são apresentados em meses após a data de coleta dos dados

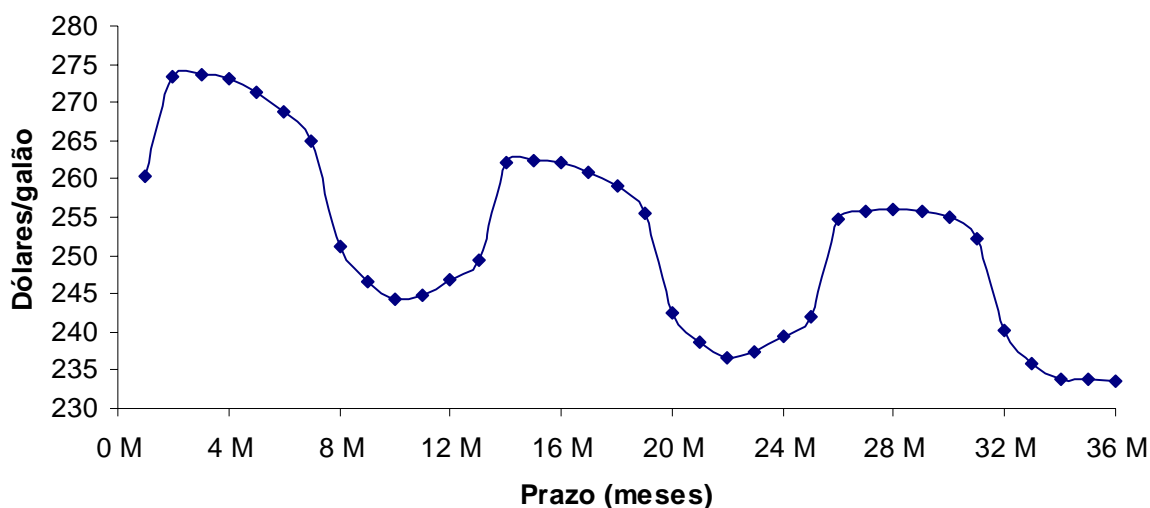


Figura 2-2 – Curva de preços futuros de gasolina

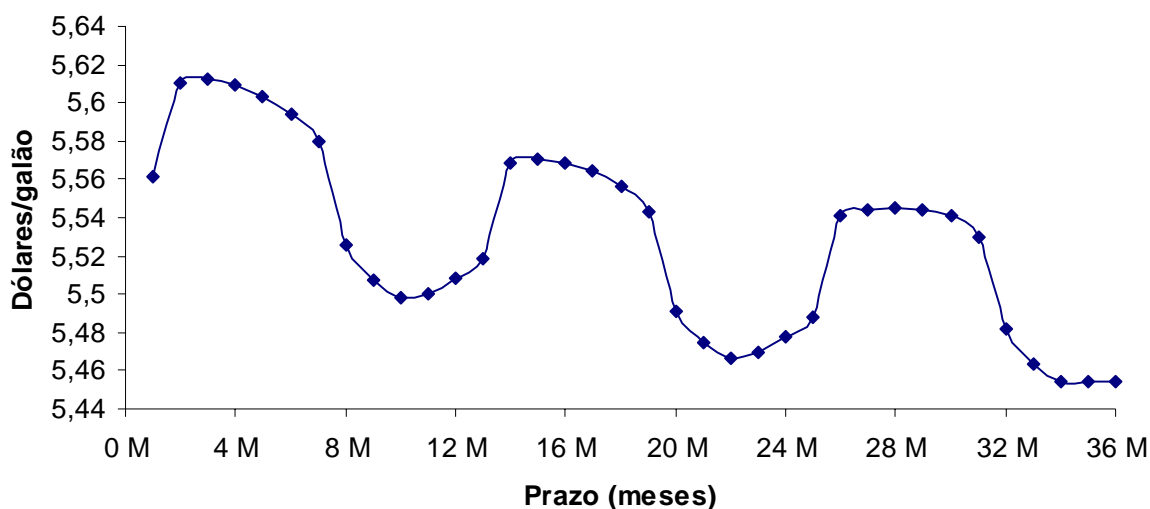


Figura 2-3 – Curva de preços futuros de gasolina

2.1.5 Mercado à vista e futuro

As negociações de ativos no mercado financeiro são divididas em duas categorias: os ativos negociados no mercado à vista e os que são negociados no mercado de derivativos.

A definição de mercado à vista é simples, uma vez que é a relação de comércio que exercemos tradicionalmente no cotidiano. Ao se negociar um determinado ativo à vista, por exemplo uma ação ou uma saca de café, significa que esta ação ou saca de café possuem um preço determinado e para cada unidade do ativo deverá ser pago esse preço pelo comprador e o vendedor deverá entregar a determinada quantidade do ativo. De maneira simplificada, pode-se comparar este processo ao de compras em um supermercado.

Por sua vez, o mercado de derivativos tem marcado um crescimento importante recentemente. Ele oferece contratos que dependem dos valores de outro ativo, o chamado ativo subjacente, como os preços de mercadorias, os preços de títulos de renda fixa, de ações, índices de mercado ou ainda de commodities. Por esta razão que são chamados de ativos derivativos, pois seus valores são derivados dos valores de um outro ativo.

O mercado futuro é um tipo de derivativo que especifica a obrigação de compra ou de venda de algum ativo subjacente em uma data futura. Para se perceber a utilidade dos contratos futuros e como eles funcionam, considere o problema de incerteza enfrentado por um fazendeiro que esteja plantando uma cultura única, por exemplo, de trigo. Logo, toda sua receita está vinculada e depende criticamente do preço daquele ativo no momento futuro da venda do ativo. A moagem que irá, em uma próxima etapa, processar o trigo colhido está igualmente sujeita às incertezas de lucros ou prejuízos devido à imprevisibilidade do preço do trigo no futuro.

Assim, por meio de um contrato futuro de trigo, ambos participantes deste mercado podem reduzir suas incertezas, exigindo que o fazendeiro entregue o trigo colhido a um preço previamente acordado. O dinheiro não troca de mãos no momento presente, sendo simplesmente a venda de um ativo com a entrega futura da mercadoria. Sendo assim, o produtor de trigo e a moagem estarão protegidos contra uma variação futura do preço do ativo.

Nos mercados futuros, esses contratos são formalizados e padronizados. Eles são negociados em um mercado centralizado (normalmente em bolsas de valores), sendo padronizadas diversas variáveis, como o tamanho do contrato, a qualidade e tipo de mercadoria, as datas de entrega do contrato, dentre outras, restando às partes apenas negociar o preço e a quantidade de contratos a ser efetivamente transacionadas. Essa padronização, apesar de impor limitações algumas vezes, é muito importante para gerar liquidez.

Em suma, os contratos futuros determinam a entrega de uma dada mercadoria em uma data de entrega ou vencimento especificado a um preço acordado a ser pago no vencimento do contrato, especificando todas as exigências necessárias para a mercadoria (qualidade, tipos, local de entrega, etc.).

Não sendo necessária, então, a posse do ativo para vendê-lo na data presente, os contratos futuros permitem posições compradas (aquele que se compromete a comprar a mercadoria no futuro) e vendidas (aquele que se compromete a vendê-la no futuro) pelos atores de mercado. Lucro para o investidor que possui uma posição comprada é verificado quando o preço à vista no vencimento do contrato futuro for superior ao preço original do

futuro pois ele poderá adquirir a mercadoria pelo preço futuro acordado e, imediatamente, vendê-la por um preço maior no mercado à vista (significando prejuízo para o vendedor). Ao contrário, o lucro do proprietário de uma posição vendida existe quando o preço à vista é inferior ao preço original do futuro.

Atualmente, as negociações de contratos futuros ficaram um pouco mais complexas do que originalmente, mas também mais seguras. Existe uma câmara de compensação que passa a ser a contraparte de todos os investidores, o que significa que, após um negócio ser firmado entre duas partes, a câmara de compensação entra em ação e torna-se a contraparte tanto do vendedor como do comprador e a liquidação da mercadoria entre as partes passa a ser a própria câmara de compensação. Isso elimina um risco importante no mercado (de descumprimento de uma obrigação contratual por uma das partes), o que é ilustrado pelos diagramas seguintes:

A: Negociação sem câmara de compensação:

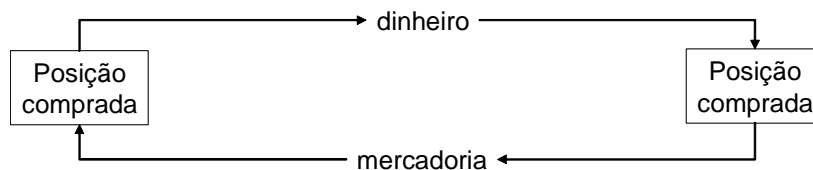


Figura 2-4 – Liquidação de posição sem câmara de compensação

B: Negociação com câmara de compensação:

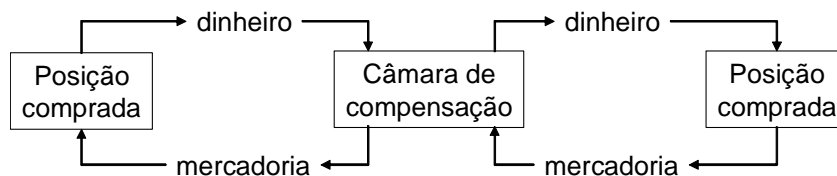


Figura 2-5 – Liquidação de posição com câmara de compensação

A câmara de compensação garante então aos atores de mercado o fim do risco da contraparte durante as negociações. Para tanto, ela utiliza um mecanismo de ajuste diário pelo qual, todo dia os contratos são marcados a mercado (como se o preço ao final do dia fosse o

preço no vencimento do contrato) e o investidor que teve prejuízo deverá ter recolhido em sua conta na câmara de compensação a soma em que está negativo, enquanto o investidor que possui lucro verá aparecer essa soma em sua conta.

Um exemplo simples desse mecanismo pode ser verificado quando um agente possui uma posição comprada em um contrato futuro de açúcar com vencimento daí um ano adquirido a R\$ 25,00 e o preço atual desse contrato é de apenas R\$ 23,00. Verifica-se então que este investidor está no prejuízo de R\$ 2,00 por contrato adquirido e deverá depositar em sua conta na câmara de compensação para garantir o pagamento dessa soma no vencimento do contrato. A margem total que deve estar presente em sua conta é, portanto, reajustada a cada dia.

No mercado futuro podem ser encontrados três tipos de agentes. Os *hedgers* são investidores do mercado de commodities que desejam fixar um preço para uma operação no futuro. Enquanto eles desejam evitar exposições à variação de preços, os especuladores atuam fazendo posições direcionais sobre esses ativos e apostam em movimentos de preços. Os últimos, os arbitradores, representam uma importante (embora minoria) parcela dos participantes do mercado. Eles executam operações sem risco em diferentes mercados quando existe um descasamento de preços entre as duas pontas. Assim, se um ativo em algum mercado está barato, a ação dos arbitradores (no caso, de comprar este ativo) irá valorizá-lo até que a compatibilidade entre eles seja alcançada.

Existem ainda no mercado outros tipos de derivativos, como *swaps* e opções, que, apesar de também apresentarem uma grande relevância aos investidores não estão no foco deste trabalho (ficaremos restritos aqui à utilização de contratos futuros).

De maneira breve, as opções são assim chamadas pois dão ao comprador a opção de executar uma determinada ação em uma data de vencimento. Uma opção de compra dá ao possuidor o direito de comprar um ativo por um preço especificado, chamado de preço de exercício, na data de vencimento especificada (enquanto que o vendedor da opção possui a obrigação de seguir o desejado pelo comprador). Obviamente, o exercício da opção de compra ocorrerá quando ela apresentar resultado positivo no vencimento, ou seja, o preço do ativo no mercado à vista for superior ao preço de exercício da opção. Da mesma maneira, uma opção

de venda representa o direito de vender um ativo a um preço de exercício especificado na data de vencimento. O exercício ocorrerá, quando, na data de vencimento, o preço do ativo no mercado à vista for inferior ao preço de exercício da opção. As opções podem ainda possuir diversas variações, como poder ser exercidas a qualquer momento antes da data de vencimento e possuir *payoffs* diferenciados. São, portanto, instrumentos de mercado bastante ricos.

Os *swaps* são tipos de instrumento financeiro que se baseiam em uma troca (de uma obrigação por outra) entre investidores. Podem existir *swaps* de taxas de juros (pré-fixadas e pós-fixadas), de fluxo de caixa, de títulos de dívida, dentre outros, representando também uma vasta gama de produtos.

É importante ressaltar que a utilização de derivativos não é restrita a organizações financeiras. Atualmente, já é de prática usual de um número significativo de empresas recorrerem às tesourarias dos bancos a fim de contratarem produtos desse tipo. Na gestão das finanças da indústria, para cada uma das empresas que compõem a cadeia de produção, desde o produtor até o distribuidor, os derivativos são um elemento facilitador uma vez que a previsibilidade de seu fluxo de caixa cresce de maneira significativa.

Um exemplo simples, mas nem por isso de baixa relevância, é o caso de uma empresa exportadora que firmou um contrato de exportação de milhares de pares de sapatos em dois meses e irá receber sua receita em dólares. O pagamento, entretanto, representa uma grande incerteza para ela, pois não se sabe como estará a conversão do dólar para reais daqui a dois meses e, portanto, ela não conhece qual é a soma que irá receber em reais. Para evitar essas incertezas, empresas exportadoras realizam antecipação de câmbio e contratam, junto aos bancos, futuros de dólares contra reais. Por outro lado, também existem empresas importadoras de componentes da China para fabricar máquinas que, por sua vez, devem também efetuar seus pagamentos em dólares no futuro.

Outro caso interessante pode ser o de uma empresa que possui um passivo indexado a um índice de inflação (supõe-se o IGP-M). Sua dívida é portanto pós-fixada e ela não conhece a real soma que deverá pagar, sendo assim uma incerteza em seu fluxo de caixa futuro. Essa empresa poderá contratar um *swap* com a finalidade de tornar sua dívida pré-fixada.

Esses simples exemplos ilustram a real dimensão da importância dos instrumentos financeiros que atingem, atualmente, diretamente toda a indústria como uma fonte de facilitação na gestão financeira das mesmas. Não ficando restrito aos agentes diretos do mercado financeiro, os produtos derivativos atingem dimensões cada vez maiores na economia proporcionando fonte de conforto e previsibilidade.

2.1.6 Retorno esperado e volatilidade do preço de um ativo

Em finanças, é chamada de retorno a variação (na forma de uma razão) do preço entre dois momentos definidos. Assim, costuma-se expressá-la em percentual. Levando-se em consideração uma dada série histórica de preços, podemos extrair uma série histórica de retornos implícitos. A utilização de uma média destes retornos passados como *próxi* para os futuros é de uso bastante expandido e comum por profissionais da área.

Logo, sua estimativa é de prática usual e simples. Assumimos para tanto que a variável em estudo segue uma distribuição de probabilidade. Sendo P_t o valor do preço do ativo em uma dada data t e dispondo de uma série histórica dos referidos dados dessa variável, o cálculo do retorno desse ativo, que é supõe-se possuir o mesmo comportamento de uma variável aleatória é calculado conforme mostra a equação abaixo:

$$r_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad (\text{Eq. 9})$$

Assim, r_t pode ser representado por uma distribuição de probabilidades cujo valor máximo é infinito e cujo valor mínimo é -1, uma vez que o valor de P_t (o preço de um ativo em um certo tempo t) é limitado em zero. Abaixo é ilustrado este caso:

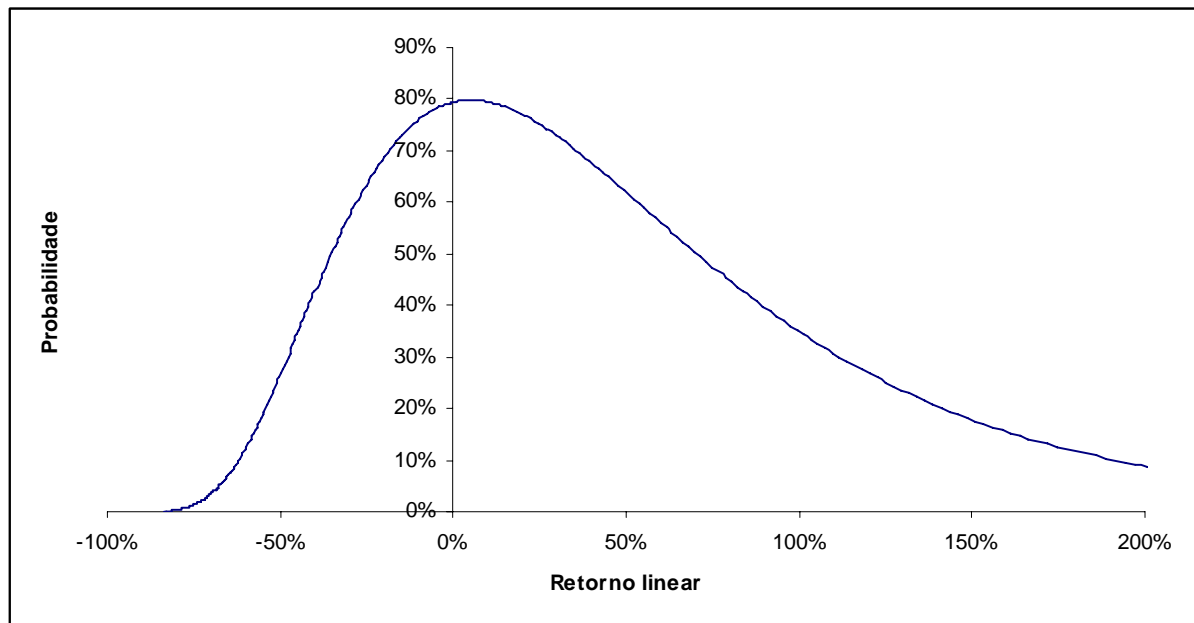


Figura 2-6 – Distribuição de probabilidades dos retornos lineares

Para corrigir esse “achatamento” em uma das caudas da distribuição de probabilidades, uma outra maneira de se calcular o retorno do ativo é pelo logaritmo da razão do preço P definido em duas datas, conforme a equação abaixo:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (\text{Eq. 10})$$

onde r_t é o retorno realizado em uma data t , P_t é o valor do preço do ativo nessa data t e P_{t-1} é o preço deste ativo em um passo de tempo anterior $t-1$.

Desta forma, r_t é representado por uma distribuição de probabilidade normal:

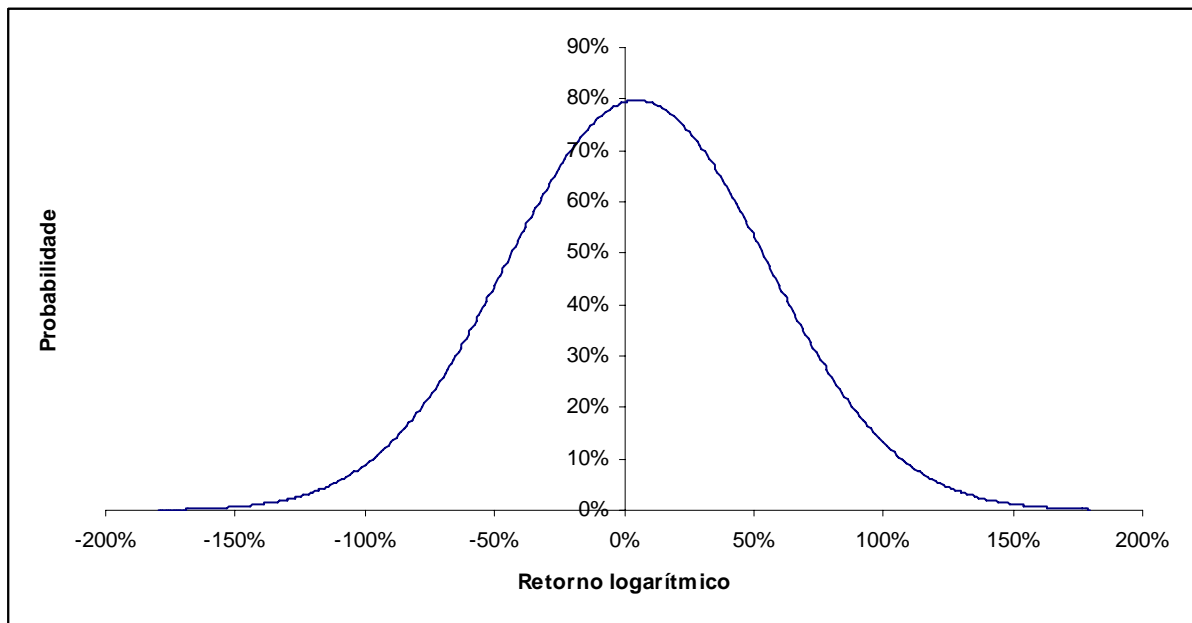


Figura 2-7 – Distribuição de probabilidades dos retornos logarítmicos

O valor médio dos retornos calculados é então dado por:

$$\mu = \int r p(r) dr \quad (\text{Eq. 11})$$

onde $p(r)$ é a função densidade de probabilidade de r_t .

Paralelo a essa medida de evolução de preço, a volatilidade representa uma medida de risco: ela indica quão incerto são os movimentos futuros de preço para um dado ativo. Portanto, à medida que a volatilidade aumenta, as chances de que o preço em questão tenha uma performance muito boa ou muito ruim aumentam (ou seja, aumenta uma possível dispersão dos preços quando projetados no futuro).

Na prática, utiliza-se como estimador de volatilidade o desvio-padrão dos retornos históricos de uma determinada série de preços. Seu cálculo é também baseado em uma análise estatística destes retornos caracterizados por uma dada distribuição de probabilidades.

A variância de uma variável aleatória pode ser descrita como:

$$\sigma_r^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (r - \mu)^2 f(r) dr \quad (\text{Eq. 12})$$

onde $f(r)$ é a função densidade de probabilidade de r .

Como apresentado, a variância é então uma medida sempre positiva, medida em unidades quadráticas de r a partir da qual se pode estimar a medida de dispersão de r , seu desvio padrão σ_r :

$$\sigma_r = \sqrt{\sigma_r^2} \quad (\text{Eq. 13})$$

O desvio padrão é mensurado nas unidades de r e utilizado para representar a volatilidade de um ativo. No entanto, mesmo sendo comumente associados os termos de desvio padrão e volatilidade, cabe ressaltar que este último possui sentido maior podendo significar o nível de risco de um ativo, não obrigatoriamente o dado pelo desvio padrão.

Uma simples ilustração dos efeitos da volatilidade e do retorno pode ser feita a partir de uma simulação de preços de um determinado ativo. Supondo que o retorno logarítmico do preço siga uma distribuição normal de probabilidade, as figuras seguintes mostram possíveis trajetórias futuras para o preço de um ativo em função de seu retorno e de sua volatilidade.

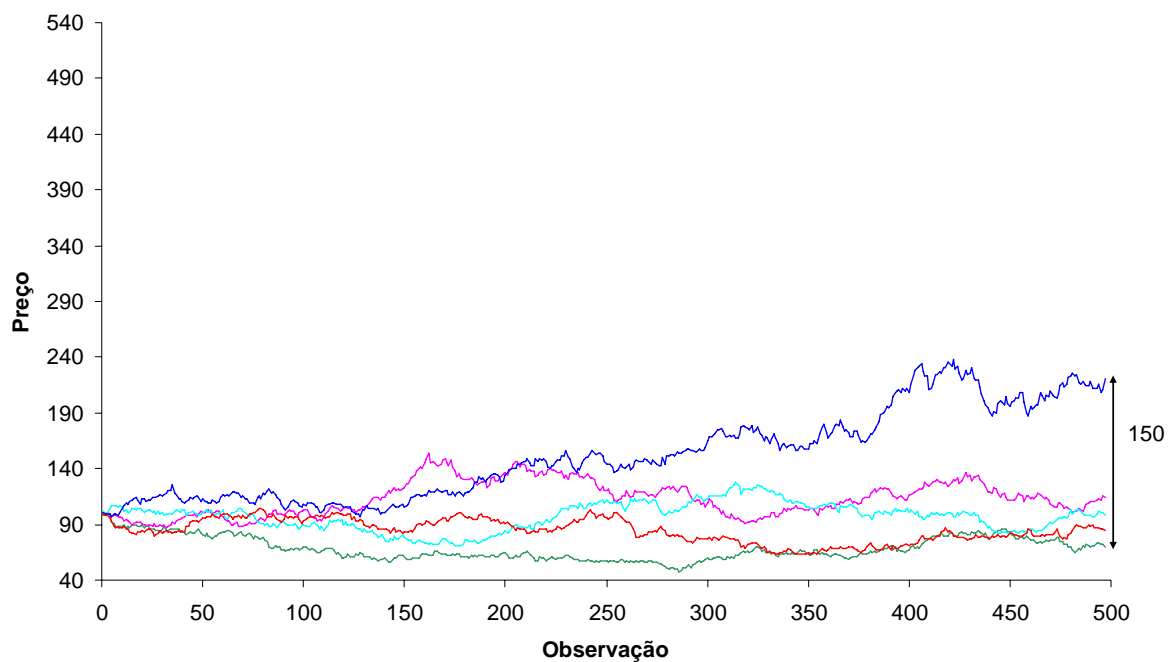


Figura 2-8 – Trajetória do preço de um ativo com retorno diário de 0,05% e volatilidade de 2%

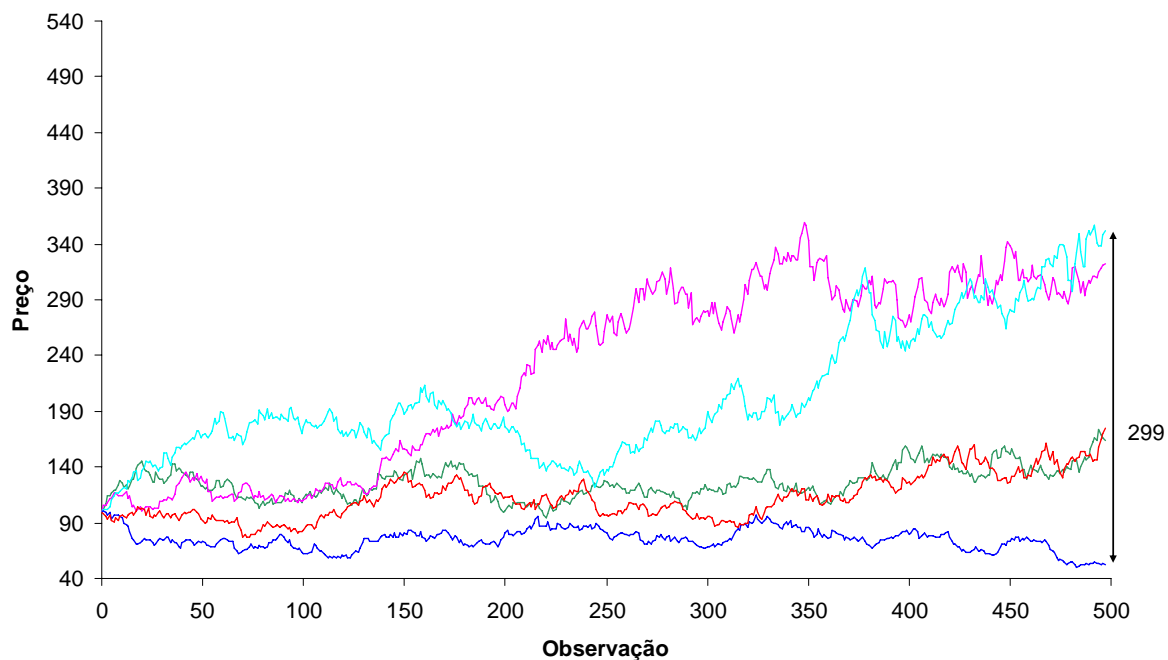


Figura 2-9 – Trajetória do preço de um ativo com retorno diário de 0,10% e volatilidade de 3%

Nessa comparação, vale a pena notar como a tendência das séries muda com o retorno (ou seja, quanto maior o retorno médio, mais rápido é o crescimento dos preços) e também notar o aumento da dispersão das séries à medida que é maior a volatilidade.

2.1.7 Ativo livre de risco

Segundo Hull (2001), a taxa de um ativo livre de risco é, teoricamente, a taxa a qual um dinheiro é emprestado quando não existe risco de crédito envolvido na operação existindo assim a certeza de que a soma em questão seja reembolsada no vencimento da dívida. Frequentemente, a taxa livre de risco é associada à taxa básica de uma determinada economia, ou seja, a taxa pela qual o governo de um país economicamente saudável capta dinheiro no mercado.

Tratando-se de Brasil, é de prática usual dos analistas do mercado utilizar a taxa Selic como *próxi* da taxa livre de risco. No caso de uma análise internacional, a taxa Libor (“*London Interbank Offer Rate*”, em inglês, traduzido para “taxa interbancária ofertada de Londres”) é normalmente aplicada como livre de risco.

2.2 Apreçamento de ativos: revisão da literatura

A formação de preços de ativos tem sido foco de diversos e importantes estudos realizados recentemente. A alta complexidade do tema abre as portas para diversas teorias e metodologias já desenvolvidas até hoje, assim como para seus aperfeiçoamentos e evoluções.

Atualmente, a informação viaja de maneira praticamente instantânea para todos os cantos do planeta e a interação de diferentes mercados, localizados em diferentes praças e mesmo em continentes distantes, é enorme. Em um mercado chamado globalizado, as variáveis capazes de influenciar preços são inúmeras e de diversas naturezas (de relações mais ou menos diretas ao ativo em questão).

A dificuldade ainda pode aumentar quando o foco passa a ser commodities. Essa classe de mercadorias possui comportamento particular e variáveis diversas que influenciam e ajudam a explicar seu comportamento. Exemplos delas são a sazonalidade, o frete, o custo de estocagem e o retorno de conveniência, dentre outras certamente existentes. No entanto, se essa commodity é ainda negociada a termo, esses componentes podem ganhar um peso ainda maior uma vez que todos os fatores devem ser levados em consideração para o apreçamento de uma mercadoria no futuro. Assim, a relação de preços à vista e futuro pode não ser imediata.

Todos esses pontos tornam a modelagem de preços de commodities complexa operacional e conceitualmente. Ela surgiu em paralelo à teoria de opções reais¹, abordada no trabalho de Brennan e Schwartz (1985), utilizando-se o preço da commodity como variável aleatória para avaliar a viabilidade de investimentos em minas de cobre. Esses autores analisam a formação de preços de commodities com base no modelo de um fator, o qual considera o preço do ativo à vista como única variável aleatória, resumido na equação abaixo:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma_s dz_s \quad (\text{Eq. 14})$$

onde dz é o choque aleatório de um processo que obedece a um movimento browniano geométrico (introduzido no item 2.1.3).

Em um trabalho posterior, Gibson e Schwartz (1990) definem o modelo de dois fatores aplicado aos preços do petróleo, onde assumem que o preço à vista e o retorno de conveniência (que, ainda segundo os mesmos autores, pode ser brevemente definido como o prêmio ao qual um detentor de um ativo à vista tem direito considerando que o produtor pode obter lucro com a posse do ativo na situação de escassez do mesmo no mercado) seguem um processo estocástico conjunto. Sendo assim, o preço da commodity segue um processo de

¹ Uma opção real, segundo Copeland e Antikarov (2001), é “o direito, mas não a obrigação, de empreender uma ação (por exemplo, diferir, expandir, contrair ou abandonar um projeto) a um custo predeterminado, que se denomina preço de exercício, por um período preestabelecido – a vida da opção.”, comumente utilizada em projetos de investimento de capital na qual o preço de uma commodity é decisivo na viabilidade econômica do projeto

passaio aleatório em tempo contínuo e o retorno de conveniência, um processo de reversão à média:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma_s dz_s \quad (\text{Eq. 15})$$

$$d\delta = k(\alpha - \delta)dt + \sigma_\delta dz_\delta \quad (\text{Eq. 16})$$

onde dz_s e dz_δ são choques aleatórios condicionados de modo que $dz_s dz_\delta = \rho dt$.

O próximo passo foi dado por Schwartz (1997), no trabalho em que utilizou o Filtro de Kalman para comparar modelos de um fator (em que considera o preço como variável aleatória em um processo estocástico em tempo contínuo), o modelo de dois fatores (em que utiliza o movimento Browniano do preço à vista e um processo de reversão à média para o retorno de conveniência) e ainda um terceiro modelo de três fatores (esse agrega a taxa de juros como variável aleatória ao modelo de dois fatores).

Em sua conclusão, o estudo mostra que, no modelo de um fator, a volatilidade, ou seja, o risco medido pelo desvio-padrão, dos preços futuros converge para zero e o preço para uma constante conforme cresce a maturidade do contrato. Além disso, nos modelos de dois e de três fatores, a volatilidade diminui e converge para uma constante de valor superior a zero.

Schwartz e Smith (2000) desenvolveram em um trabalho posterior um novo modelo de dois fatores para preços de commodities. Eles supõem que o preço à vista é descrito através de um processo de reversão à média e os preços dos contratos futuros de maturidades mais longas tendem a um preço de equilíbrio. Dessa forma, ele distingue um comportamento de curto prazo (definido como a diferença entre o preço à vista e o preço de equilíbrio) de um de longo prazo.

Assim este último modelo define que mudanças de preço nos contratos futuros de longo prazo oferecem dados sobre mudanças nos preços de equilíbrio e por consequência mudanças na diferença entre o preço à vista e o preço de equilíbrio.

O mercado de commodities

3 O mercado de commodities

3.1 O mercado futuro de commodities

Um contrato futuro pode ser genericamente descrito como um acordo realizado em uma data 0 entre duas partes para trocar, em uma data futura t , uma dada quantidade de uma commodity por uma determinada quantia de uma moeda. Entre esses dois participantes encontra-se uma *clearing*, entidade que se responsabiliza pela liquidação efetiva da operação na data de vencimento e elimina o risco de crédito da transação. No entanto, para tornar viável essa função, os contratos são padronizados em termos de suas características (quantidade, vencimento, qualidade ou variedade do produto), são negociados em uma bolsa de mercadorias (como a Bolsa de Mercadorias e Futuros – BM&F – no caso de São Paulo), requerem o pagamento de margens de garantia e são diariamente marcados a mercado.

Os contratos futuros servem de fato para vários fins. O primeiro deles, e este é o motivo pelo qual foram criados, é servir como instrumentos de *hedge* contra um preço futuro e desconhecido de um dado ativo. Supondo-se que um fazendeiro esteja vendendo sua safra em janeiro, mas que será colhida apenas em setembro, ele poderá definir, na data de contratação da operação, por meio de um contrato futuro, a que preço essa safra será vendida. Dessa maneira torna-se mais simples a alocação de recursos e o planejamento de novos investimentos uma vez que ele possui definida a entrada de recursos que acontecerá no futuro. Portanto, é possível mesmo a venda de uma mercadoria sem possuí-la.

Uma segunda utilidade imediata dos futuros é ser um facilitador para a negociação de commodities como instrumentos financeiros. Eliminando-se a restrição operacional da necessidade de uma entrega imediata do ativo contratado (que existe por sua vez quando é negociado o ativo à vista), este mercado pode ser ampliado para outros tipos de investidores que desejam tomar posições sobre ele, como fundos de investimentos, tesourarias de commodities e qualquer outro tipo de atores de mercado.

O crescimento recente da utilização de tais instrumentos financeiros pode ser observado nos gráficos abaixo, que representam os volumes financeiros e número de contratos negociados em cada mês, a partir de janeiro de 2007 até fevereiro de 2008, de café, soja e açúcar na Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&F), bem como para a totalidade dos contratos agropecuários.

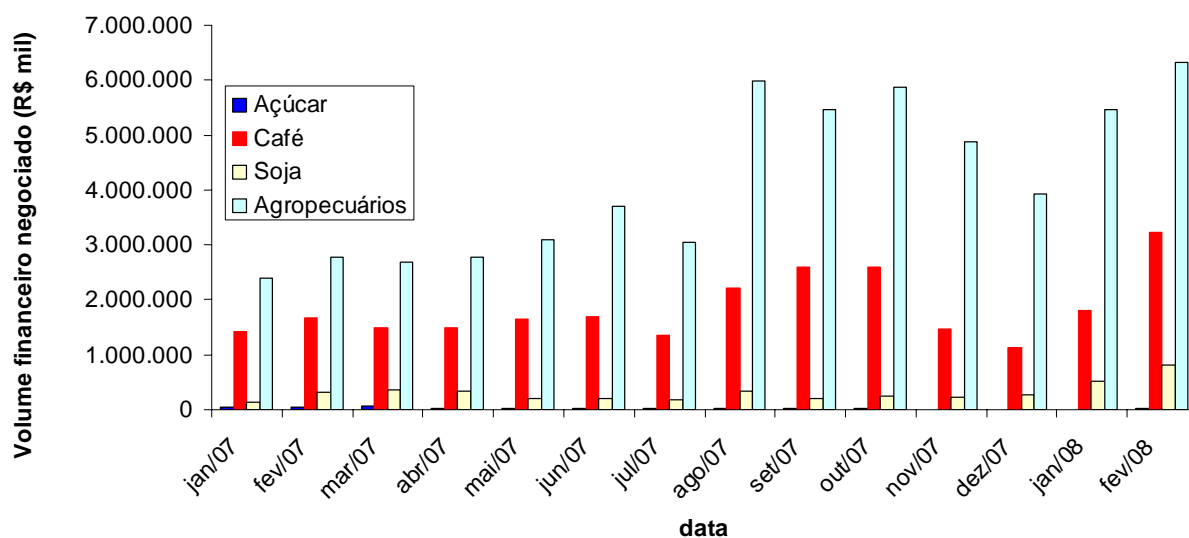


Figura 3-10 – Volume financeiro de commodities agropecuárias negociado na BM&F

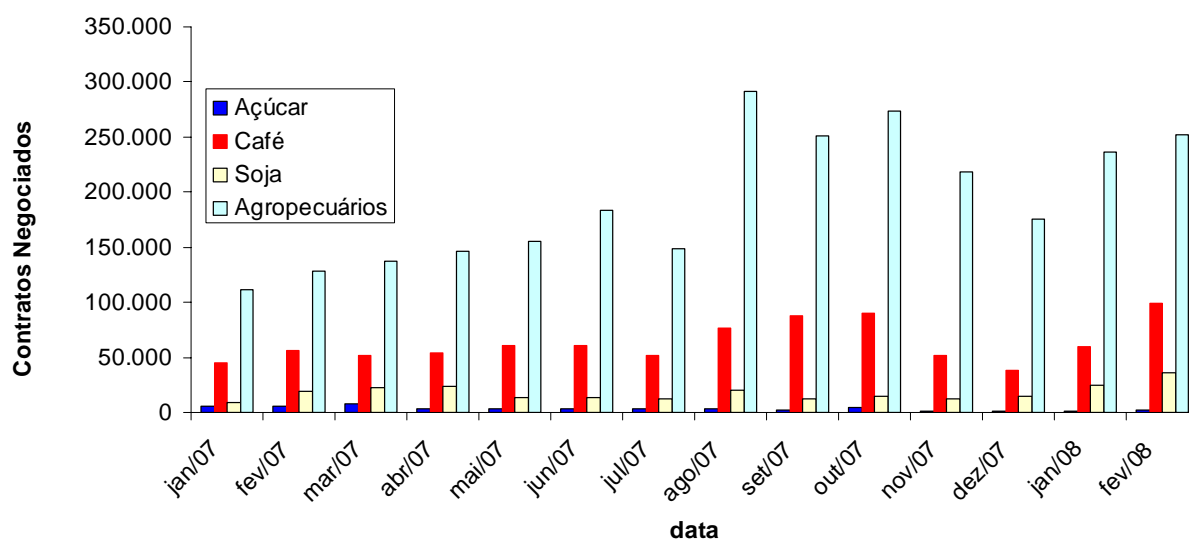


Figura 3-2 – Número de contratos de commodities agropecuárias negociado na BM&F

3.2 O agronegócio no Brasil

Silva (2006), referindo-se ao trabalho de Basinello e Araújo (2004), afirma que foi fundamental para o desenvolvimento econômico e social de países hoje considerados desenvolvidos, uma agricultura dinâmica e bem estruturada com outros setores da economia. O agronegócio gera uma riqueza que favorece a economia de uma forma global, impactando na qualidade de vida da população, especialmente as das pequenas cidades, onde normalmente a economia local é baseada nesse tipo de atividade.

Ainda segundo o autor, pode-se afirmar que o agronegócio é hoje um dos setores mais dinâmicos da economia brasileira. Revoluções no sistema produtivo baseadas na modernização e profissionalização do setor marcaram os últimos anos. Nas últimas décadas, o agronegócio foi um dos primeiros setores da economia nacional a se globalizar e um dos pioneiros na utilização de tecnologia intensiva de produção. Foi um importante criador de empregos em algumas regiões que eram desprovidas de atividade organizada, formando o que é chamado de fronteiras agrícolas. A consequência da evolução do setor é que, hoje, a agricultura brasileira é um negócio que serve de modelo para outros países e que possui os melhores indicadores de produtividade.

Wedekin (2005), também mencionado no trabalho de Silva (2006), explica que os mercados agropecuários são muito mais voláteis que os mercados de produtos industriais. A volatilidade, no caso do mercado brasileiro, ainda é potencializada pela falta de infraestrutura, o fator que atualmente limita um crescimento ainda mais robusto do setor. Um exemplo é a capacidade de armazenamento das fazendas brasileiras que, hoje em dia, são capazes de estocar 9,27 milhões de toneladas, o que corresponde a 10% da produção do Brasil, enquanto nos Estados Unidos essa razão atinge praticamente 50% e na Argentina 20%.

Ainda segundo Silva (2006), a importância do agronegócio para o Brasil foi mostrada por Manoel Felix Cintra Neto, presidente da BM&F. Para ele, o agronegócio no país representa cerca de 35% do PIB, mais de 40% das exportações e um terço dos empregos.

Nesse contexto, o produtor agropecuário é diretamente afetado pelos preços do que produz e dos insumos que utiliza para sua produção. Por conseguinte, o risco da atividade

agrícola vem demandando cada vez mais instrumentos de proteção dos produtores para reduzir os riscos. Dessa forma, instrumentos financeiros têm se difundido cada vez mais e estão, cada vez mais, presentes no cotidiano dos centros rurais.

3.3 Armazenagem, estoques e o retorno de conveniência

3.3.1 Os estoques e os preços

Quando o sul do Brasil é atingido por geadas, o preço da soja e, conseqüentemente, de seus derivados, aumentam aos consumidores. Ao acontecer guerras em regiões produtoras de petróleo do Oriente Médio, o preço do petróleo sobe nos mercados mundiais. Fatos como esses ilustram um dos mais importantes relacionamentos da economia, o relacionamento entre oferta e demanda, e o conseqüente impacto nos preços que elas causam.

Segundo Mankiw (2005), a quantidade demandada de um bem qualquer é a quantidade desse bem que os compradores desejam e podem comprar. O relacionamento entre demanda e preço pode ser exemplificado de maneira simples. Suponha alguém proprietário de um veículo *Flex* que o abasteça com álcool combustível. Se de um momento para outro o preço do álcool combustível passar de R\$ 1,00 para R\$ 1,50, a demanda pelo álcool irá reduzir uma vez que o consumidor optará, a partir deste momento, por abastecer seu veículo com gasolina (um substituto neste caso). Logo, o relacionamento entre preço e quantidade demandada é inversamente proporcional.

De outro lado, encontramos o comportamento da oferta. A quantidade ofertada de bens ou serviços é a quantidade que os vendedores querem e podem vender. Dentre vários determinantes da oferta, o preço é novamente central. Ainda sobre o mesmo exemplo, quando o preço está elevado, vender álcool combustível é lucrativo para os usineiros e os vendedores são estimulados a aumentar a quantidade ofertada. Tudo o mais constante, quando o preço cai e o negócio torna-se menos rentável, a oferta do produto diminui, pois os fabricantes são menos estimulados. Num caso extremo, a um preço muito baixo, alguns vendedores podem

até chegar a fechar seus negócios. Assim, observa-se que o relacionamento entre preço e oferta é diretamente proporcional.

Uma das principais variáveis para a formação da oferta é o estoque do produto. Quanto maior o estoque disponível para vendas, maior a oferta do produto e assim existe uma tendência de queda nos preços. Por outro lado, estoques baixos significam um maior risco de escassez da mercadoria e, portanto, os vendedores tendem a elevar seus preços para aumentar seus retornos e conseqüentemente reduzir a demanda pelo bem.

Seguindo a mesma lógica, nota-se que os estoques também representam uma forma de reduzir variações nos preços das mercadorias. Em um período de crescimento de estoques, fabricantes podem optar por, ao invés de reduzir os preços do produto visando a vender mais e escoar mais mercadoria, armazenar esse excedente para períodos futuros. Suponha, então, que durante alguns meses, um fabricante produziu mais mercadoria que a demandada e utilizou do excedente para aumentar seu nível de estoque. Admita, ainda, que, após algum tempo, seu fornecedor teve problemas e não poderá entregar de forma imediata seus insumos como lhe era devido. Isso acarreta um significativo impacto sobre a produção da mercadoria que sofreria uma queda importante, mas, devido ao estoque acumulado nos meses anteriores, ele poderá manter o nível da oferta não causando impacto sobre o preço.

Os estoques funcionam então como fonte de estabilidade dos preços na economia podendo suprir períodos de queda na oferta ou de crescimento na demanda.

Desta forma, os estoques assumem um papel importante na economia e sobre a dinâmica de regulação de preços. No mercado de commodities agrícolas, a variável estoque funciona da mesma maneira e ainda, em grande parte dos casos, pode ser identificada uma componente sazonal.

O principal fator responsável pelo comportamento cíclico é a safra e a entressafra das culturas agrícolas. Nas épocas de safra, vemos os estoques crescerem, enquanto nas de entressafra, diminuirão. Assim, os estoques funcionam como uma fonte de oferta, de certa forma um pulmão, quando a produção da commodity é escassa.

Um exemplo pode ser dado com o açúcar, uma importante commodity brasileira da atualidade, que assim como o álcool combustível, é produzido a partir da cana-de-açúcar. A época de colheita da cana (safra) é normalmente no verão, isto é, de setembro a março do ano seguinte ao plantio. Assim, geralmente no começo de cada ano, o preço do açúcar deve ser inferior ao preço do inverno (supondo uma safra habitual), influenciando então as negociações realizadas no mercado.

Por outro lado, é também variável formadora de preço a demanda pelo açúcar que, por sua vez, possui baixa sazonalidade. Nesse sentido, o Brasil tem firmado cada vez mais uma presença mundial como produtor e exportador de açúcar e, assim, fazendo parte de um mercado cada vez mais globalizado.

Um terceiro fator que também pode ser fonte de influência sobre o preço do açúcar é a demanda por álcool combustível. Uma vez que são ambos oriundos da cana-de-açúcar, a usina produtora deve optar pela quantidade que irá produzir de cada um deles e faz essa escolha tendendo ao produto que lhe proporcionará maior lucro. Portanto, supondo um período em que uma grande demanda por combustível faz o preço do álcool aumentar, os usineiros irão tender a produzir mais combustível e menos açúcar, tendo como consequência uma próxima estabilização com o preço do açúcar mais elevado.

Nessa situação, o estoque passa a ser novamente uma variável relevante. O produtor que possuí-lo poderá suprir o mercado que teria menor oferta de açúcar e um preço mais alto, atingindo um resultado maior por ter colocado o produto no mercado fabricado com um custo em condições normais a um preço maior. Fica claro assim que a existência de estoques pode ser de importância estratégica para os fabricantes.

3.3.2 O custo de carregamento e o retorno de conveniência

A teoria de armazenagem de um ativo baseia-se na explicação da diferença entre os preços à vista e futuro do mesmo analisando por que agentes de mercado guardam estoques.

Iniciada nas décadas de 1930 e 1940, a teoria se preocupa com o ganho existente em segurar estoques físicos de mercadorias. Evidentemente, eles são úteis somente quando permitem suprir demandas inesperadas e evitar custos adicionais na escala produtiva e eliminar rupturas de produções associadas e dependentes desse produto.

Kaldor (1939) define o custo de carregamento como o custo de armazenagem somado ao custo de “depreciação primária”, menos o retorno do ativo, sendo a depreciação primária a perda de valor do ativo com a mera passagem do tempo. Por sua vez, visando a representar as vantagens associadas à propriedade do bem físico, Working (1948) define a noção de custo de carregamento como um benefício atrelado ao proprietário da matéria física (e não ao possuidor de um contrato futuro).

Sutilmente diferente é a definição de retorno de conveniência. Kaldor (1939) e Working (1948) definem o retorno de conveniência como o prêmio que faz jus ao proprietário do ativo físico, mas não ao proprietário do contrato futuro. Já, Brennan (1958) e Telser (1958) vêem o retorno de conveniência como uma “opção temporal” inerente à commodity desde que os estoques permitam introduzir mercadoria no mercado quando os preços estão altos e segurá-las quando estão baixos. Por sua vez, Gemam (2005) define o retorno de conveniência como a diferença entre o ganho positivo de possuir a commodity física menos o custo de estocagem. O retorno de conveniência, portanto, pode ser positivo ou negativo, dependendo do período, do tipo de commodity e dos níveis de estoque físico.

Assim, o retorno de conveniência é expresso como uma taxa e é definido como a diferença entre o lucro dado ao detentor da commodity menos o custo de estocagem da mesma. Sendo assim, poderá ser positivo ou negativo (significando lucro ou prejuízo ao proprietário) em função do ativo analisado, da época em questão e do nível das taxas de juros pelo qual um investidor irá se financiar para adquirir o produto.

3.4 *Relacionamento de preços no mercado à vista e futuro*

Existem ao menos duas maneiras de se obter um ativo em alguma data no futuro. Uma é comprar o ativo imediatamente e guardá-lo até a data desejada. A outra é, conforme ilustrado no item 2.1.5, comprar contratos futuros para liquidação na data em questão. Uma vez que cada uma das estratégias leva à posse da mercadoria na data futura, elas devem possuir resultados financeiros equivalentes. Assim, deveria haver um relacionamento previsível entre o preço atual de um ativo e o preço dos contratos futuros desse ativo, levando em conta os custos e benefícios de mantê-lo em estoque durante esse período (conforme discutido durante o capítulo anterior). Trata-se da teoria de não arbitragem entre preços à vista e preços futuros.

Um simples exemplo em que podemos aplicar ambas as estratégias é o ouro, a medida que o ouro não fornece fluxo de renda para seu proprietário (como as ações, por exemplo) e também não está sujeito a comportamentos sazonais de preço (como grande parte das commodities agrícolas).

A primeira (estratégia A) seria comprar o ouro de imediato (data t), pagando um preço à vista S^t , e guardá-lo até a data futura T (quando seu preço à vista será de S^T). A segunda (estratégia B) se caracteriza pela aquisição de um contrato futuro na data t a ser liquidado na data T pelo preço F^t e investir o dinheiro equivalente a comprá-lo no momento em uma aplicação sem risco a ser remunerada por uma taxa r , ou seja, o valor que será desembolsado em T trazido a valor presente pela taxa r , isto é, $\frac{F^t}{(1+r)^{(T-t)}}$.

Como ambos os caminhos acabam com o mesmo resultado físico (a posse do ouro na data T), deverão também possuir o mesmo resultado financeiro. Para isto é feita a análise do fluxo de caixa para as duas estratégias, conforme apresentado abaixo:

	Ação	Fluxo de caixa inicial (t)	Fluxo de caixa na data T
Estratégia A	Comprar ouro	$-S^t$	S^T
Estratégia B	Comprar contrato futuro	0	$S^T - F^t$
	Investir em um aplicação	$-\frac{F^t}{(1+r)^{(T-t)}}$	F^t
	Total estratégia B	$-\frac{F^t}{(1+r)^{(T-t)}}$	S^T

Tabela 3-1 – Relacionamento entre preços à vista e preços futuros

Assim, como o fluxo de caixa da estratégia A é negativo, reflete a saída de caixa S^t para a compra de ouro à vista na data t. Já, na data T, esse ouro valerá S^T . A estratégia B envolve um investimento inicial de valor presente igual ao preço dos contratos futuros comprados. Quando atingir a data T, o investimento valerá F^t . Além disso, o lucro da posição comprada no futuro será de $S^T - F^t$. A soma dos dois componentes da estratégia B será de S^T , ou seja, exatamente o suficiente para comprar o ouro na data T.

Cada estratégia resulta, então, em um valor idêntico a S^T na data T. Portanto, o custo, ou fluxo de caixa inicial, para ambas as estratégias também deve ser igual, ou seja:

$$-\frac{F^t}{(1+r)^{(T-t)}} = -S^t$$

Ou ainda

$$F^t = S^t (1+r)^{(T-t)} \quad (\text{Eq. 17})$$

Assim, caso a relação da Eq. 17 não se verifique, surgem então possibilidades de arbitragem à medida que existirá uma das estratégias onde será mais barata a forma de se obter a mercadoria no futuro.

No mercado de commodities essa relação também deve ser verificada. Dessa forma, a taxa de juros r representa exatamente o papel do custo de carregamento apresentado no item 3.3.2. Daí a existência de uma complexidade adicional, pois passa a não ser imediata a descoberta da taxa de juros que remunera o capital e que representa lucro ou prejuízo sobre a posse do ativo à vista. Nesta conta devem entrar, portanto, variáveis de medidas complexas como os estoques e os custos de armazenagem, assim como retorno de conveniência.

Introduzindo à teoria de não arbitragem a variável custo de carregamento, representada por c , podemos representar o preço futuro de uma commodity a partir de seu preço à vista como:

$$F^T = S^t e^{(r-c)(T-t)} \quad (\text{Eq. 18})$$

A verificação dessa compatibilidade é simples. Supondo uma commodity possível de ser armazenada, essa relação utilizando-se taxas lineares fica:

$$F^T = S^t [1 + (r - c)(T - t)] \quad (\text{Eq. 19})$$

Podemos também decompor o retorno de conveniência como a diferença de duas parcelas. A primeira é o lucro do proprietário da commodity física (representado por l) e a segunda, o custo de estocagem (y):

$$c = l - y \quad (\text{Eq. 20})$$

Reescrevendo a Eq. 19:

$$F^T = S^t [1 + r(T - t) + y(T - t) - l(T - t)] \quad (\text{Eq. 21})$$

podendo ser interpretada a parcela $r(T - t)$ como o custo de financiamento para o comprador do ativo à vista; $y(T - t)$ como o custo de estocagem durante o período de tempo $(t; T)$ e $l(T - t)$ o lucro do produtor por ter armazenado a commodity física.

Então, oportunidades de ação aos arbitradores podem surgir quando os preços à vista e futuros não obedecerem à relação exposta anteriormente. O arbitrador irá, se o preço futuro F^T de um ativo for maior que a parcela $S^t[1+r(T-t)+y(T-t)-l(T-t)]$ da igualdade proposta, vender o futuro e comprar a commodity através de um financiamento adquirido pela taxa r , pagar o custo de estocagem y e receber o benefício pela posse física l . Assim, na maturidade, ele poderá exercer e se beneficiar de uma arbitragem.

No caso contrário, se o preço futuro F^T de um ativo for menor que a parcela $S^t[1+r(T-t)+y(T-t)-l(T-t)]$ da igualdade proposta, uma arbitragem também seria possível comprando o futuro, vendendo o ativo à vista e aplicando o capital levantado pela venda da commodity à taxa r da economia.

Sendo assim, assume-se que o mercado se auto-regula quando surgem as oportunidades de arbitragem. Os arbitradores aproveitam estas oportunidades e ajustam o mercado ao nível de preço correto.

3.5 Revisão de modelos de apreçamento de commodities

Segundo Garcia e Leuthold (2004), o mercado de derivativos de commodities é extremamente dinâmico. Ele sofreu, durante os últimos vinte anos, um crescimento bastante acentuado e bem distribuído em diversos mercados mundiais, com introduções de diversos tipos de contratos a serem negociados, passando a abranger vários ativos distintos e a se adaptarem para atender, de maneira cada vez mais precisa, às necessidades do mercado e da indústria que estão presentes de forma cada vez mais ativa nas negociações de commodities nas praças financeiras do globo.

Working (1949) pode ser considerado o criador da teoria de relacionamento de preços entre ativos negociados à vista e seus correspondentes na forma de futuros. Ele formulou um modelo geral para o relacionamento de preços à vista e futuros em que o relacionamento no tempo desses preços, podendo a diferença ser positiva ou negativa, é visto do ponto de vista

do custo de estocagem. Assim, a diferença entre os preços à vista e futuros representa um incentivo ou não à armazenagem da commodity.

O relacionamento temporal dos preços é determinado pelo custo líquido de carregamento dos estoques. O preço futuro é igual ao preço à vista adicionado ao custo de estoque por este período, o qual inclui custos de impostos, de armazenagem, bem como um prêmio de risco, dentre outros que podem ser aplicáveis. Se a relação preço futuro menos preço à vista for positivamente inclinada, deverá existir maior quantidade de estoques, pois o carregamento do ativo em sua forma física deverá resultar em um prêmio no futuro. Quando o nível de estoques está baixo, o retorno do ato de armazenar o ativo pode ser negativo, ou então, o preço à vista é superior ao preço futuro, e então um carregamento negativo existirá. Nesse caso, o custo do ativo físico implicará em um carregamento negativo, ou seja, em um retorno de conveniência negativo.

Dessa forma, o retorno de conveniência marginal decresce conforme o nível de estoque aumenta. Esse retorno implica que os detentores da mercadoria recebam um retorno derivado do fluxo do produto por o terem armazenado.

Atualmente, a teoria de apreçamento de derivativos de commodities ganha cada vez mais importância e, a grande motivação para isto, bem como para o desenvolvimento do mercado de commodities como um todo, é a participação, de maneira cada vez mais intensa, da indústria de commodities. Produtores e consumidores desses ativos utilizam largamente desse mercado.

Grande parte do fluxo financeiro no mercado de commodities é proveniente de *hedge*, ou seja, para a proteção financeira de empresas que atuam no ramo. Por exemplo, uma empresa produtora de leite de soja que tenha o custo de sua produção futura dependente diretamente do preço que o grão de soja terá, podendo então recorrer ao mercado e adquirir contratos futuros de soja. Procedendo assim, ela saberá, de maneira precisa, seu custo para adquirir sua matéria-prima.

Esse é, sem dúvida, um caso bastante simplificado da teoria de *hedge* atual. Diversos trabalhos foram desenvolvidos visando a estimar essas relações para vários mercados. *Hedges*

não precisam necessariamente serem feitos sobre o mesmo ativo que se fabrica e podem ser realizados em ativos cujos comportamentos sejam bem correlacionados, ou então, sobre uma vasta seleção de produtos de maneira a replicar um comportamento objetivo.

Todos esses fatores fazem desse mercado um dos que possuem maior potencial de crescimento atualmente. A tendência é que surja demanda por um cada vez maior número de contratos existentes, baseados em diversos tipos de ativos, com uma vasta opção de vencimentos a serem realizados. O fato de ser objeto de interesse de vários investidores (como indústrias, especuladores, investidores diretos, arbitradores) impulsiona o desenvolvimento da teoria de commodities.

Modelos de apreçamento dessa classe de ativos são, atualmente, objetos de importantes trabalhos realizados por todo o mundo, uma vez que são diretamente demandados pelo mercado atual, cujas taxas de crescimento têm sido elevadas e ainda vêm passando por um período de aperfeiçoamento de sua gestão financeira.

De acordo com o apresentado anteriormente, o foco deste trabalho terá como base uma ferramenta de filtragem estocástica, o filtro de Kalman, assim como a teoria de arbitragem entre preços à vista e futuros apresentada anteriormente, para modelar o preço de commodities e os retornos de conveniência implícitos nas negociações dessa classe de ativos.

O Filtro de Kalman

4 O Filtro de Kalman

O Filtro de Kalman é um algoritmo de iteração recursiva e valiosa ferramenta utilizada na área de controle. No trabalho que se apresenta seguiremos a linha de evolução proposta por diversos artigos científicos, como utilizado em Elliot e Hyndman (2006), e utilizaremos o Filtro de Kalman para previsão de preços de commodities.

O mercado de commodities possui importância crescente no cenário mundial e, em especial, no Brasil – o qual vê sua economia se desenvolvendo e, em paralelo, a demanda por instrumentos financeiros modernos passando a ser cada vez mais relevante – deve ser tratado de maneira distinta dos outros mercados. Embora possua pouca liquidez no mercado à vista, a liquidez das commodities aparece no mercado de derivativos, mais especificamente, no mercado de contratos futuros, o que quer dizer que quando um volume financeiro significativo é negociado nos contratos futuros, poucos negócios são efetivamente realizados sobre o ativo à vista.

Por registrar pouca liquidez de negócios e também baixo volume financeiro, os preços à vista de commodities aparecem freqüentemente distorcidos, enquanto os contratos futuros refletem a realidade de maneira muito mais precisa. Por este motivo, em geral, modelos de previsão de preços de commodities são balizados pelos contratos futuros e não pelos preços à vista.

Nesse contexto, grande parte dos modelos estocásticos modernos recai em modelos estruturais que podem ser resolvidos através desse precioso algoritmo. O Filtro de Kalman é realmente uma ferramenta bastante poderosa, sendo capaz de criar uma interação entre o mercado à vista e o futuro de modo que torna mais precisa a previsão de preços.

4.1 Modelos de Espaço de Estados

Segundo Morettin e Toloí (2004), os modelos lineares de séries temporais de dimensão q podem ser representados em espaço de estados, relacionando o vetor de observações $\{Z_t\}$ e o vetor de ruídos $\{v_t\}$, através de um processo de Markov $\{X_t\}$, p dimensional, denominado vetor de estados. Dessa maneira, o modelo de espaço de estados é constituído por duas equações:

$$Z_t = A_t X_t + v_t \quad (\text{Eq. 22})$$

$$X_t = G_t X_{t-1} + \omega_t, t=1, \dots, N \quad (\text{Eq. 23})$$

onde A_t é a matriz do sistema de ordem $(q \times p)$; v_t é o vetor ruído da observação de ordem $(q \times 1)$, não correlacionado, com média zero e covariância R ; G_t é a matriz de transição, de ordem $(p \times p)$ e ω_t é um vetor de ruídos não correlacionados que representa a perturbação do sistema, de ordem $(p \times 1)$, com média zero e matriz de covariância Q .

A Eq. 22 é chamada de equação de observação, e a Eq. 23 de equação de estado.

Um simples exemplo da aplicação de um modelo de espaço de estados pode ser dado partindo do modelo descrito pela equação abaixo:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \alpha_t, t=1, \dots, N \quad (\text{Eq. 24})$$

Sua representação em espaço de estados é feita segundo a forma proposta pelas equações Eq. 22 e Eq. 23:

$$Z_t = [1 \ 0] x_t \quad (\text{Eq. 25})$$

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} Z_t \\ \varphi_2 Z_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & 1 \\ \varphi_2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 26})$$

Ou ainda, uma representação alternativa:

$$Z_t = [1 \ 0] \mathbf{x}_t^* \quad (\text{Eq. 27})$$

$$\mathbf{x}_t^* = \begin{bmatrix} Z_t \\ Z_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{t-1}^* + \begin{bmatrix} \alpha_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 28})$$

onde, para ambas representações, supomos $\sigma_v^2 = 0$.

A Eq. 24 pode, por exemplo, representar um modelo auto regressivo em que se deseja estimar a variável preço do álcool combustível.

No entanto, uma vez estruturado o modelo, restam parâmetros desconhecidos a serem estimados, como, no contexto do exemplo acima, φ_1 e φ_2 , assim como uma variável de nível α_t . Dessa forma, seu bom funcionamento costuma estar baseado em sistemas de otimização que irão calibrá-lo de maneira precisa.

No caso mais simples, pode ser feito um paralelo de forma que uma regressão linear seja interpretada como um modelo de espaço de estados. Supondo uma certa dispersão de pontos e desejando traçar uma reta para representá-los utilizaremos o modelo da regressão dado por $Y_n = aX_n + b$ onde os parâmetros a e b deverão ser otimizados de maneira que o modelo represente da melhor forma possível os dados da amostra.

4.2 O filtro de Kalman

Rudolph Emil Kalman publicou em 1960 seu artigo sobre uma solução para problemas de filtragem de dados discretos. Tratava-se de um processo recursivo que levou seu nome: o filtro de Kalman.

De acordo com Kalman (1960), o filtro é um algoritmo iterativo para estimativas computacionais de variáveis de estado X (podendo essas serem observáveis ou não) baseadas em variáveis externas observáveis Y e seus ruídos ε , conforme ilustra o diagrama abaixo:

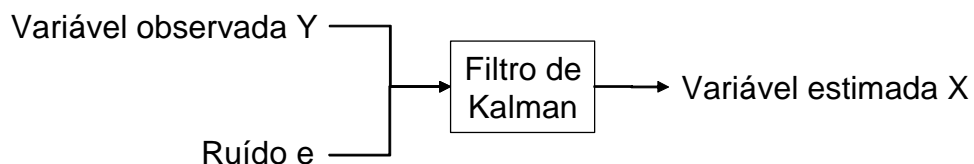


Figura 4.11 – Diagrama de funcionamento do filtro de Kalman

O filtro de Kalman pode ser desenvolvido a partir de um processo estocástico X_k dado por

$$X_k = A_k X_{k-1} + B_k + \sqrt{Q_k} \eta \quad (\text{Eq. 29})$$

onde X_k é um vetor $m \times 1$, B_k é um vetor $m \times 1$, A_k e Q_k são matrizes $m \times m$ e η é um vetor $m \times 1$ formado por variáveis aleatórias não correlacionadas de média zero e matriz de covariância I_m (matriz de identidade $m \times m$), sendo k a medida de tempo das variáveis. Esta equação (Eq. 29) é chamada Equação de Previsão e X_k é chamado Vetor de Estado, podendo ser não-observáveis de maneira direta (assume-se que o valor de X_0 e sua distribuição de probabilidade são conhecidos), como é o caso de preços à vista no mercado de commodities que, conforme apresentado na discussão iniciada na Introdução deste trabalho e no item 3.1, é

atingido por falta de liquidez nas negociações, acarretando distorções e descontinuidades dentre outros problemas nas séries de preços.

Introduzimos a Equação de Medida (Eq. 30) de M variáveis observadas no tempo k . O vetor Y_k de dimensões $M \times 1$ é relacionado a X_k da seguinte forma:

$$Y_k = C_k X_k + D_k + \sqrt{R_k} \varepsilon \quad (\text{Eq. 30})$$

onde C_k é uma matriz $M \times m$, D_k é um vetor $M \times 1$, R_k é uma matriz $M \times M$ e ε é um vetor $M \times 1$ formado por variáveis aleatórias não correlacionadas de média zero e matriz de covariância I_m .

Queremos calcular então X_k a partir de Y_k , ou seja, queremos encontrar a esperança condicional da variável aleatória X_k , condicionada à informação Y_k :

$$\hat{X}_k = \mu_k = E[X_k | Y_k]$$

A matriz de covariância desta estimativa é dada por:

$$P_k = E[(X_k - \mu_k)(X_k - \mu_k)' | Y_k]$$

Essas expressões podem ser desenvolvidas em equações de previsão na forma:

$$\hat{X}_{k|k-1} = \mu_{k|k-1} = E[X_k | Y_{k-1}] \quad (\text{Eq. 31})$$

$$P_{k|k-1} = E[(X_k - \mu_{k|k-1})(X_k - \mu_{k|k-1})' | Y_{k-1}] \quad (\text{Eq. 32})$$

Segundo Welch e Bishop (2006), o filtro de Kalman pode ser resolvido em duas etapas:

1. Equações de previsão (fazem estimativa de X no passo de tempo k a partir de observações realizadas em $k-1$):

$$\hat{X}_{k|k-1} = A_k \hat{X}_{k-1} + B_k \quad (\text{Eq. 33})$$

$$P_{k|k-1} = \sqrt{Q_k} \sqrt{Q_k}' + A_k P_{k-1} A_k' \quad (\text{Eq. 34})$$

onde a Eq. 33 faz a projeção de X e a Eq. 34 é responsável pela atualização da covariância do sistema.

2. Equações de filtragem (fazem a correção de X após medição de Y no mesmo passo de tempo k):

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Y_k - C_k \hat{X}_{k|k-1} - D_k) \quad (\text{Eq. 35})$$

$$P_k = P_{k|k-1} - K_k C_k P_{k|k-1} \quad (\text{Eq. 36})$$

$$K_k = P_{k|k-1} C_k' (C_k P_{k|k-1} C_k' + \sqrt{R_k} \sqrt{R_k}')^{-1} \quad (\text{Eq. 37})$$

onde K_k é chamado matriz de ganho. Por convenção, adotamos também que $X_{0|-1} = E[X_0]$ e $P_{0|-1} = P_0$. Dizemos que a Eq. 35 é a “equação de atualização da variável de estado X ”, que a Eq. 36 é a “equação de atualização da covariância” e que a Eq. 37 é o “cálculo da matriz de ganho de Kalman”.

4.3 Algoritmo do filtro de Kalman

De acordo com Welch e Bishop (2006), o filtro de Kalman estima um processo estocástico utilizando a forma de um “controle de resposta”: o filtro estima o estado do processo em algum momento e obtém após uma resposta na forma de medidas de ruído. Desta forma, as equações do filtro estão divididas em dois grupos, como mostrados anteriormente: equações de atualização temporal e equações de atualização de medida. As equações de

previsão são responsáveis por projetar no futuro a variável de estado X e a covariância do erro obtendo valores para o próximo passo k , sem haver medidas. As equações de filtragem são responsáveis pelo retorno, ou seja, por incorporar nas projeções feitas para o passo k as medidas realizadas em k .

O algoritmo do filtro de Kalman, ainda segundo os mesmos autores, pode ser resolvido obedecendo à seguinte rotina:

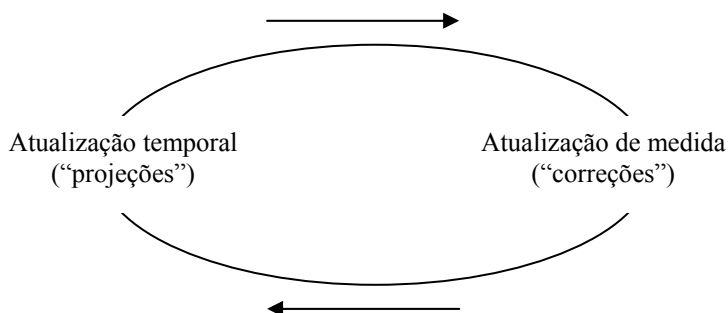


Figura 4-2 – Rotina simplificada para resolução do filtro de Kalman

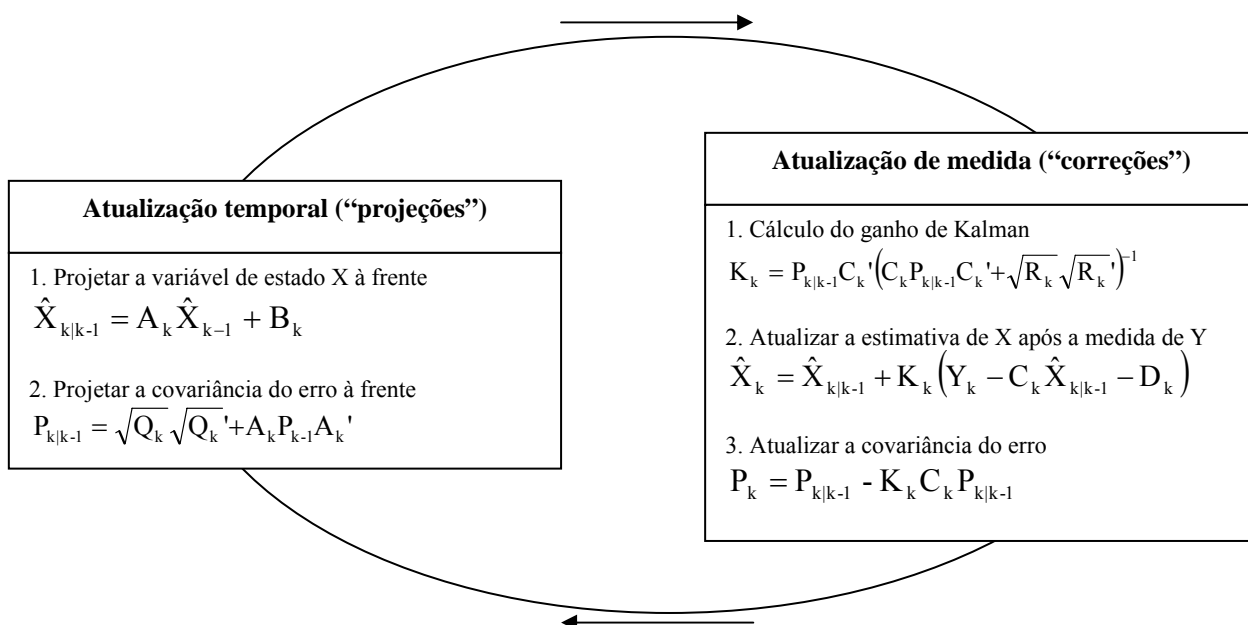


Figura 4-3 – Rotina e fórmulas para resolução do filtro de Kalman

4.4 *Estimação de parâmetros*

Foi discutido até o presente momento a aplicação, desenvolvimento e formulação do filtro de Kalman. Uma vez o problema equacionado conforme Eq. 29 e Eq. 30, resta ainda conhecer as matrizes A, B, C e D.

Para tanto, diversas formas existem, sendo elas baseadas em algoritmos de otimização que buscam encontrar “estimadores de máxima verossimilhança” ou que minimizam o erro quadrático. Eles estimam, de maneira empírica, parâmetros para o modelo que ajustam de maneira “ótima” a saída deste com dados realizados conhecidos.

Um paralelo simples e didático pode ser traçado com o caso de uma regressão linear, uma vez que ele pode também ser considerada um modelo de espaço de estados (cabe aqui a ressalva que, na prática, os modelos utilizados são um tanto quanto mais complexos). Dado um conjunto de observações, deseja-se traçar uma reta que melhor os representa.

Assim, possuímos um modelo descrito na forma de uma reta:

$$y_i = ax_i + b + \text{erro}$$

onde as coordenadas dos pontos são dadas por $(y_i ; x_i)$, os parâmetros constantes a, que representa o nível da reta quando x for igual a zero, e b, que representa a inclinação da reta, são otimizados de forma a minimizar o erro entre os pontos reais $(\hat{y}_i ; \hat{x}_i)$ e os pontos estimados pelo modelo $(y_i ; x_i)$.

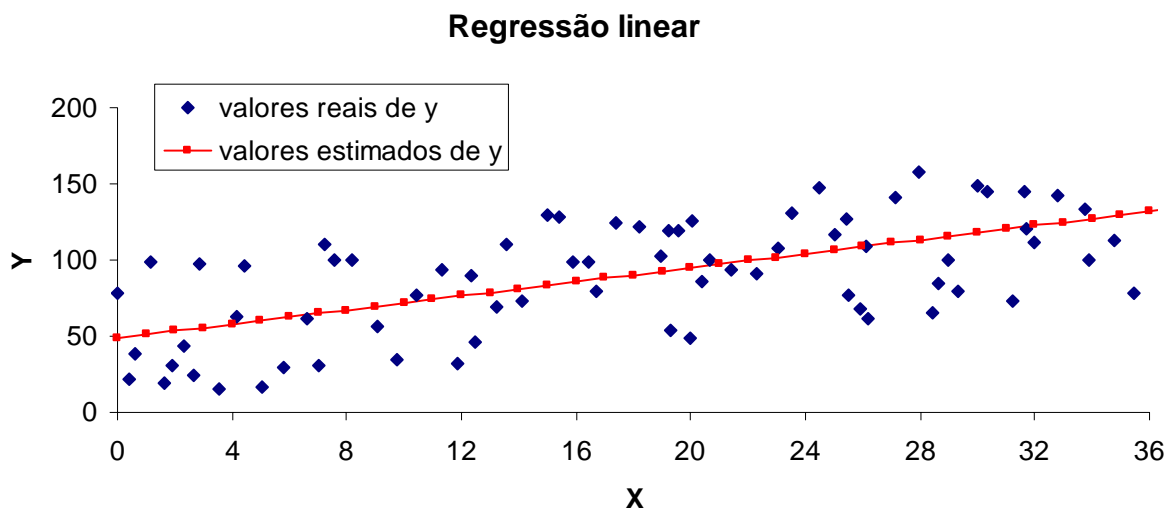


Figura 4-4 – Estimação de parâmetros de uma regressão linear

Eventualmente é possível estimar parâmetros de outras maneiras, por exemplo, empiricamente ou utilizando a *expertise* de profissionais da área de estudo na qual o modelo está sendo empregado, o que é chamado de “sub ótimo”. Por exemplo, de acordo com a dimensão do problema em questão, a falta de dados disponíveis pode impedir a determinação de parâmetros por otimização ou por máxima verossimilhança (a maneira clássica como a questão é abordada), obrigando a recorrer a formas paralelas, mas não por isso menos eficazes ou corretas.

A estimação de parâmetros é de extrema importância para o funcionamento eficaz dos modelos. De nada adianta a utilização de modelos por mais sofisticados que sejam, se eles não englobam métodos confiáveis e coerentes para analisar e estimar os parâmetros a serem utilizados no problema. Portanto, a estimação de parâmetros não é uma tarefa fácil e deve ser realizada com bastante rigor, pois ela acaba sendo tão importante quanto o próprio modelo em si.

Modelo de apreçamento de commodity

5 Modelo de apreçamento de commodity

5.1 Desenvolvimento do modelo

Seja S_t o preço à vista de uma commodity. Esse é o preço pago no tempo t pela entrega física de uma determinada quantidade do ativo a ser modelado (a variável de estado).

Um modelo clássico para o preço de um ativo (S_t) é o modelo de geometria Browniana. Conforme descrito no item 2.1.3, esse modelo supõe que o preço na data inicial S_0 é conhecido e que o preço de um ativo na próxima data t é uma variável aleatória normalmente distribuída com média μ e variância σ^2 conhecidas. Ou seja, o movimento Browniano é um tipo de processo estocástico que descreve uma variável que se desenvolve no tempo de uma maneira aleatória e imprevisível. De acordo com a relação apresentada na Eq. 5, o movimento geométrico Browniano pode ser generalizado pela seguinte equação:

$$dx(t) = a(x; t)dt + b(x; t)dB_t \quad (\text{Eq. 38})$$

onde B_t é a variável do movimento Browniano responsável pela variação aleatória da variável descrita, $x(t)$ é uma variável aleatória para cada t e a e b são constantes.

Conforme apresentado por Elliot e Hyndman (2007), $a(x; t)$ representa uma componente de tendência representada por ganho médio da variável de estado a cada passo de tempo e $b(x; t)$ a parcela de erro estocástico do sistema.

Dessa forma, $a(x; t)$ pode ser representada pela diferença entre o retorno médio do preço do ativo x e seu retorno de conveniência aplicados ao preço S_t do respectivo ativo (representando o ganho marginal do preço do ativo a cada unidade de tempo), enquanto $b(x; t)$ é modelado pelo desvio-padrão do preço também dimensionado para o mesmo. Matematicamente, pode ser representado na forma:

$$\begin{aligned}a(x; t) &= (\mu - c)S_t \\ b(x; t) &= \sigma S_t\end{aligned}$$

Resultando na equação:

$$dS_t = (\mu - c)S_t dt + \sigma S_t dB_t \quad (\text{Eq. 39})$$

onde c é o retorno de conveniência do ativo em análise, σ seu desvio-padrão e B_t a variável de movimento Browniano do ativo.

Aplique o Lema de Itô à Eq. 39, conforme Elliot e Hyndman (2007) apresentam o resultado deste desenvolvimento:

Também conhecido como “teorema fundamental do cálculo estocástico” ou “expansão de Taylor para o cálculo estocástico”, ele define que, uma função $J(x;t)$ que seja diferenciável pelo menos duas vezes em relação a x e uma vez em relação a t , terá sua derivada na seguinte forma:

$$dJ(x; t) = \frac{\partial J}{\partial x} dx + \frac{\partial J}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} dx^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 J}{\partial x^3} dx^3 + \dots \quad (\text{Eq. 40})$$

Considere a relação abaixo:

$$X_t = \ln(S_t) \quad (\text{Eq. 41})$$

que possui os requisitos apresentados acima para a variável $J(x;t)$, pois ela é ao menos duas vezes diferenciável em relação a S e uma vez em relação a t .

Pode-se a partir daí substituir a Eq. 41 na Eq. 40:

$$dX_t = \frac{\partial X_t}{\partial S_t} dS_t + \frac{\partial X_t}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 X_t}{\partial S_t^2} dS_t^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 X_t}{\partial S_t^3} dS_t^3 + \dots \quad (\text{Eq. 42})$$

Deriva-se cada termo dessa equação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_t}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial X_t}{\partial S_t} &= \frac{1}{S_t} \\ \frac{\partial^2 X_t}{\partial S_t^2} &= -\frac{1}{S_t^2} \\ \frac{\partial^3 X_t}{\partial S_t^3} &= 2 \frac{1}{S_t^3} \\ &\dots \end{aligned} \quad (\text{Eq. 43})$$

Substituindo essas relações na Eq. 42, tem-se:

$$dX_t = \frac{\partial X_t}{\partial S_t} dS_t + 0dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 X_t}{\partial S_t^2} dS_t^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 X_t}{\partial S_t^3} dS_t^3 + \dots \quad (\text{Eq. 44})$$

Sabe-se também que $dB_t = \sqrt{dt} \times \xi_k$, onde ξ_k é uma variável aleatória de distribuição normal, média zero e desvio-padrão igual a um. Logo, dB_t respeita a lei de uma distribuição normal com variância dt , como segue:

$$dB_t = \sqrt{dt} \xi_k \quad (\text{Eq. 45})$$

$$\begin{aligned}
E[dB_t] &= \sqrt{dt} E[\xi_k] = 0 \\
\text{Var}[dB_t] &= \text{Var}[\xi_k \sqrt{dt}] = (\sqrt{dt})^2 \text{Var}[\xi_k] = dt \\
\text{Var}[dB_t] &= E[(dB_t - E[dB_t])^2] = E[dB_t^2] = dt \\
\text{Var}[dB_t^2] &= 0 \Rightarrow E[(dB_t^2 - E[dB_t^2])^2] = 0 \Rightarrow dB_t^2 = E[dB_t^2] \Rightarrow dB_t^2 = dt \quad (\text{Eq. 46})
\end{aligned}$$

Da Eq. 39 tem-se que:

$$\begin{aligned}
[dS_t]^2 &= [(\mu - c)S_t dt + \sigma S_t dB_t]^2 \Rightarrow \\
dS_t^2 &= [(\mu - c)S_t]^2 dt^2 + [\sigma S_t]^2 dB_t^2 + 2(\mu - c)S_t \sigma S_t dt dB_t \quad (\text{Eq. 47})
\end{aligned}$$

Utilizando a relação $dB_t^2 = dt$, como descrito na Eq. 46, e considerando que dt é infinitesimalmente pequeno e logo $dt^n = 0$ para $n > 1$, obtém-se:

$$dS_t^2 = [\sigma S_t]^2 dt \quad (\text{Eq. 48})$$

Ainda:

$$dS_t^3 = (dS_t^2)^{\frac{3}{2}} = [\sigma S_t]^{\frac{3}{2}} dt^{\frac{3}{2}} = 0 \text{ e para todo } n > 2 \Rightarrow dS_t^n = 0.$$

A partir das duas relações acima, podemos então aproximar a Eq. 44 na seguinte forma:

$$dX_t = \frac{\partial X_t}{\partial S_t} dS_t + \frac{\partial X_t}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 X_t}{\partial S_t^2} dS_t^2 \quad (\text{Eq. 49})$$

Substituindo a Eq. 39 e as relações da Eq. 43 na Eq. 49, tem-se:

$$dX_t = \frac{\partial X_t}{\partial S_t} [(\mu - c)S_t dt + \sigma S_t dB_t] + \frac{\partial X_t}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 X_t}{\partial S_t^2} [\sigma S_t]^2 dt \quad (\text{Eq. 50})$$

Desenvolvendo, chega-se à relação final que satisfaz à dinâmica:

$$dX_t = \left(\mu - c - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dB_t \quad (\text{Eq. 51})$$

No entanto, a aplicação do modelo de apreçamento de ativos deve ser realizada em tempo discreto, bem como suas eventuais estimações de parâmetros. Pode-se então discretizar a relação acima particionando o intervalo $[0;T]$ em k pontos $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < \dots < t_N = T$ onde $t_k = k\Delta t$ e $\Delta t = \frac{T}{N}$ para $k = 0;1;\dots;N$.

Substituindo também a relação $dB_t = \sqrt{dt}\xi_k$ dada pela Eq. 45, obtém-se a discretização da Eq. 51:

$$X_t = \left(\mu - c - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + X_{t-1} + \sigma \sqrt{\Delta t} \xi_k \quad \text{para } k = 1;\dots;N \quad (\text{Eq. 52})$$

Tendo a relação da variável objetivo estabelecida (o preço à vista de uma commodity), para os contratos futuros, pode-se considerar várias maturidades (T_1, T_2, \dots, T_M) dadas no mercado. Supõe-se que os preços futuros de mercado respeitam o princípio da arbitragem, como explicado acima.

Essa última equação será utilizada adiante. Agora, recapitulemos a teoria de arbitragem entre preços à vista e preços futuros, conforme apresentado no item 3.4. Em suma, um contrato futuro é um acordo, em uma data t , de compra ou venda de uma determinada quantidade de um ativo no futuro, ou seja, em uma data T , a um certo preço F de maneira que não seja possível realizar arbitragens entre o ativo à vista e o futuro. Assim, se aplicarmos um montante equivalente ao preço de um ativo em uma data presente t a uma taxa de rentabilidade igual à taxa de juros livre de risco da economia menos o custo para carregar esta mercadoria até uma data futura T , deve-se poder comprar este mesmo ativo na data T por um

preço futuro $F(S; t; T)$ função do preço à vista S na data presente t que deverá ser pago em T . Essa relação, apresentada na Eq. 18, é aqui retomada:

$$F(S; t; T) = S_t e^{(r-c)(T-t)}, \text{ para } 0 \leq t \leq T \quad (\text{Eq. 53})$$

Recapitulando a Eq. 41:

$$X_t = \ln(S_t)$$

Considere, para cada contrato futuro i :

$$Y_t^i = \ln F(S; t; T_i) + \text{ruído} \text{ para } i = 1; \dots; M \quad (\text{Eq. 54})$$

onde ruído representa o desvio em relação a uma tendência do preço futuro $F(S; t; T)$. Supõe-se que o preço futuro possui distribuição normal de média e então o ruído será uma variável aleatória de distribuição normal, média zero e desvio padrão igual a um aplicada ao respectivo preço futuro.

Seguindo esse raciocínio, pode-se reescrever a Eq. 53 na seguinte forma:

$$Y_t^i = \ln F(S; t; T_i) = X_t + (r - c)(T_i - t) \quad (\text{Eq. 55})$$

Pode-se ainda desenvolver para todos os M contratos futuros para o passo k e reescrever a equação acima em forma matricial representando cada vencimento futuro M , na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} Y_k^1 \\ Y_k^2 \\ \dots \\ Y_k^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} X_k + \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k\Delta t) \\ (r - c)(T_2 - k\Delta t) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k\Delta t) \end{bmatrix} + v\psi_k \quad (\text{Eq. 56})$$

onde ψ_k é um vetor de variáveis aleatórias de distribuição normal, média zero, desvio-padrão igual a um e dimensões $M \times 1$, e ν é a matriz de covariância do Ruído de dimensões $M \times M$.

Retomando os resultados de ambas as frentes que foram aqui desenvolvidas, dadas pelas Eq. 52 e Eq. 56, tem-se:

$$X_t = \left(\mu - c - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + X_{t-1} + \sigma \sqrt{\Delta t} \xi_k \quad \text{para } k = 1, \dots, N$$

$$\begin{bmatrix} Y_k^1 \\ Y_k^2 \\ \dots \\ Y_k^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} X_k + \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k \Delta t) \\ (r - c)(T_2 - k \Delta t) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k \Delta t) \end{bmatrix} + \nu \psi_k$$

Essas duas equações possuem a forma das equações do filtro de Kalman, apresentadas no item 4.2. Recapitulando as equações de previsão e de medida do filtro de Kalman:

$$X_k = A_k X_{k-1} + B_k + \sqrt{Q_k} \eta \quad (\text{Eq. 57})$$

$$Y_k = C_k X_k + D_k + \sqrt{R_k} \varepsilon \quad (\text{Eq. 58})$$

Pode-se identificar as variáveis da Eq. 57 com a Eq. 52 e da Eq. 58 com a Eq. 53 que passarão a ter a seguinte forma:

$$A_k = 1 \quad \text{de dimensões } 1 \times 1 \quad (\text{Eq. 59})$$

$$B_k = \left(\mu - c - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t \quad \text{de dimensões } 1 \times 1 \quad (\text{Eq. 60})$$

$$\sqrt{Q_k} = \sigma \sqrt{\Delta t} \quad \text{de dimensões } 1 \times 1 \quad (\text{Eq. 61})$$

$$C_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } M \times 1 \quad (\text{Eq. 62})$$

$$D_k = \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k\Delta\Delta) \\ (r - c)(T_2 - k\Delta\Delta) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k\Delta\Delta) \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } M \times 1 \quad (\text{Eq. 63})$$

$$\sqrt{R_k} = \sqrt{V} \quad \text{de dimensões } M \times M \quad (\text{Eq. 64})$$

Temos, enfim, as relações necessárias para a implementação do filtro de Kalman, conforme descrito item 4.2, bem como todos os elementos do modelo para a sua execução, faltando apenas as estimativas dos parâmetros de entrada: o retorno médio do preço à vista do ativo μ , o retorno de conveniência do ativo c , sua volatilidade σ e conseqüentemente a covariância do erro Q_k , a taxa de juros livre de risco r , e a matriz de covariância do erro do preço do contrato futuro R_k .

5.2 Estimativa de parâmetros

O filtro de Kalman é calibrado com alguns parâmetros dados ao modelo definido até o momento. Da Equação de Previsão (Eq. 29) são constantes o retorno médio e a volatilidade do ativo à vista, o ativo livre de risco e o seu retorno. Já, na Equação de Medida (Eq. 30), onde entram outras variáveis que possuem o papel de explicar o comportamento do preço à vista procurado, é fornecida uma matriz de covariância entre essas variáveis bem como a estimativa do retorno de conveniência.

A estimação que consiste em determinar parâmetros ótimos para o modelo, ajustados com base em dados observados é quase sempre baseada em algoritmos de otimização e busca determinar estimadores de máxima verossimilhança ou de mínimos quadrados. Os parâmetros do filtro de Kalman são então determinados com base em séries históricas de preços de ativos. Na Equação de Previsão (que descreve X_k na Eq. 29) são constantes o retorno médio e a volatilidade do ativo à vista e o retorno do ativo livre de risco. Já, na Equação de Medida, que descreve Y_k (Eq. 30), outras variáveis contribuem para explicar o comportamento do preço à vista procurado, sendo fornecida uma matriz de covariância entre as variáveis bem como a estimativa do retorno de conveniência.

Em recente trabalho nesse tema, Elliot e Hyndman (2007) estimam o retorno médio, o retorno de conveniência e a volatilidade do ativo à vista em conjunto, através de um modelo de otimização único. No entanto, essa abordagem possui um forte inconveniente pois, o fato de não considerar cada parâmetro de forma independente, pode gerar grandes incoerências com a realidade que serão imperceptíveis (uma vez que estarão implícitas dentro do modelo).

Por essa razão, a abordagem aqui proposta utiliza também outras maneiras de estimar parâmetros como, por exemplo, empiricamente ou utilizando a expertise de profissionais da área de estudo no qual o modelo está sendo empregado. Optou-se por uma abordagem híbrida, em que parte dos parâmetros é determinada de forma empírica, conforme a prática adotada pelo mercado financeiro, enquanto os outros serão estimados por métodos de otimização. Essa segunda aplicação será dada apenas àquelas variáveis que possuam valores desconhecidos pelo mercado e por profissionais da área de maneira que suas estimativas representem valores concretos e os mais próximos à realidade.

A aplicação dessa metodologia possibilitou também estimar separadamente o retorno de conveniência. Seu dimensionamento é de grande complexidade uma vez que esse reflete fatores de difícil mensuração como níveis de estoques, qualidades de safras, relações de oferta e demanda. Dessa maneira, foi possível verificar seu comportamento e dimensão, até então, obscuros.

5.2.1 Retorno médio e volatilidade do ativo à vista

A estimativa do retorno médio e da volatilidade do preço do ativo à vista é realizada conforme prática usual de profissionais do mercado. A partir de uma série histórica de preços é possível, de forma empírica, encontrar o valor destes parâmetros. Será utilizada então a metodologia apresentada no capítulo 2.1.6.

A partir de uma série histórica de dados, o retorno médio e a volatilidade do ativo podem ser obtidos em três etapas. A primeira é calcular o retorno logarítmico a cada passo de tempo, obtendo assim uma série histórica de retornos. Em seguida, o retorno médio é

calculado a partir da média amostral sobre essa série histórica de retornos. Por último, como estimativa da volatilidade do ativo à vista, utiliza-se o desvio padrão amostral calculado sobre a série de retornos logarítmicos.

5.2.2 Retorno de conveniência

O Retorno de conveniência (“c”) é um parâmetro de entrada para o modelo e seu valor será determinado através do modelo estrutural. Para tanto, serão utilizadas técnicas de otimização cujo objetivo é minimizar o erro quadrático do modelo.

Tem-se que a equação de previsão do modelo é dada pela Eq. 29 (conforme explicitada no item 4.2):

$$X_k = X_{k-1} + B_k + \sqrt{Q_k} \eta$$

Substituindo o valor das matrizes A (Eq. 59) e B (Eq. 60) conforme desenvolvidas no item 5.1, é possível reescrevê-la da seguinte forma:

$$X_k = X_{k-1} + \left(\mu - c - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \eta \quad (\text{Eq. 65})$$

Da mesma forma, a equação de medida é dada pela Eq. 30:

$$Y_k = C_k X_k + D_k + \sqrt{R_k} \varepsilon$$

Substituindo o valor das matrizes C (Eq. 62) e D (Eq. 63), a equação acima é reescrita na seguinte forma:

$$Y_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} X_k + \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k\Delta t) \\ (r - c)(T_2 - k\Delta t) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k\Delta t) \end{bmatrix} + \sqrt{v}\varepsilon \quad (\text{Eq. 66})$$

Assim, chame de X_k^r o valor real da variável X verificado em mercado para um dado passo de tempo k . Aplicando essas definições à Eq. 65 e à Eq. 66, tem-se:

$$X_k^r = X_{k-1}^r + \left(\mu - c - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \eta \quad (\text{Eq. 67})$$

$$Y_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} X_k^r + \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k \Delta t) \\ (r - c)(T_2 - k \Delta t) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k \Delta t) \end{bmatrix} + \sqrt{v}\varepsilon \quad (\text{Eq. 68})$$

Dada então uma série histórica de k dados de X^r , é desenvolvido um sistema de equação matricial da seguinte maneira:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \left(\mu - c - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 1 & (r-c)(T_1 - 2\Delta t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 1 & \left(\mu - c - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (r-c)(T_2 - 3\Delta t) & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \left(\mu - c - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (r-c)(T_3 - 4\Delta t) & 0 & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \left(\mu - c - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (r-c)(T_k - k\Delta t) \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} X_1^r \\ 1 \\ X_2^r \\ 1 \\ X_3^r \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ X_k^r \\ 1 \end{bmatrix} \quad e \quad \Theta = \begin{bmatrix} X_2^r \\ Y_2 \\ X_3^r \\ Y_3 \\ X_4^r \\ Y_4 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ X_k^r \\ Y_k \end{bmatrix}$$

Assim, pode-se resumir as Eq. 67 e Eq. 68 num sistema de equação matricial da forma:

$$\Phi\Omega = \Theta \quad (\text{Eq. 69})$$

e diz-se que o erro do modelo atribuído à estimativa dos parâmetros é dado por

$$\text{Erro}(c) = \Phi\Omega - \Theta \quad (\text{Eq. 70})$$

Dessa maneira, para a estimativa do retorno de conveniência (“c”), deve-se minimizar a função descrita na Eq. 70 em relação a “c” e obtém-se seu valor ótimo, para o qual o modelo estará melhor calibrado.

5.3 Adicionando uma nova variável ao modelo

O Filtro de Kalman, conforme apresentado no capítulo 4, é uma ferramenta extremamente flexível e capaz de englobar uma enorme variedade de variáveis dentro do modelo.

Dessa maneira, procura-se dar flexibilidade ao modelo desenvolvido visando a melhorar a precisão e a capacidade do modelo de ser sensibilizado via outras variáveis que possuam algum poder explicativo. Por exemplo, pode ser utilizada a demanda por açúcar para refinar o valor do preço do açúcar; o nível de água das represas ou a quantidade de chuva no último mês para incrementar um modelo de preço de energia, ou ainda o crescimento da população para modelar o preço do boi gordo.

Esse será, então, mais um ponto de diferenciação desse trabalho. Outros modelos já apresentados sobre o apreçamento de contratos à vista de commodities restringem-se à teoria de arbitragem entre futuros e contratos à vista. Na sequência, é desenvolvida uma forma de flexibilizar o modelo desenvolvido até aqui de forma a poder englobar diversas outras variáveis com o objetivo de antecipar ou capturar sinais que não foram absorvidos pelos contratos futuros.

Até então, o modelo proposto apóia-se nas duas equações básicas do Filtro de Kalman. Recapitulando, trata-se da Equação de Previsão (Eq. 29) e da Equação de Medida (Eq. 30), ambas introduzidas igualmente no capítulo 4. Respectivamente:

$$X_k = A_k X_{k-1} + B_k + \sqrt{Q_k} \eta \quad (\text{Eq. 71})$$

$$Y_k = C_k X_k + D_k + \sqrt{R_k} \varepsilon \quad (\text{Eq. 72})$$

Como o objetivo é de encontrar a melhor estimativa da variável X , o modelo permite a inclusão em sua Equação de Medida de diversas variáveis que ajudem a explicar o comportamento de X .

Até então, conforme desenvolvido no capítulo 5.1, C e D possuem a forma, conforme Eq. 62 e Eq. 63:

$$C_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D_k = \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k \Delta t) \\ (r - c)(T_2 - k \Delta t) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k \Delta t) \end{bmatrix}$$

No entanto, deseja-se melhorar a precisão do modelo adicionando uma outra medida possuindo correlação significativa com X . Suponha, por exemplo, que um ativo de preço W seja um bem substituto de nossa commodity de preço X . Logo, o valor de X estará ligado ao de W , uma vez que, se o preço de X aumenta, a demanda pelo ativo de preço W também aumentará fazendo com que o nível de W também progrida (nesse exemplo notamos uma correlação positiva de preço, podendo inclusive existir defasagem entre os efeitos de um sobre o outro).

Em suma, o relacionamento entre X e W pode ser representado por uma equação linear do tipo:

$$W_k = \tau_k X_k + \varsigma_k + \text{erro}_k \quad (\text{Eq. 73})$$

Se o valor de W explica o valor de X , é possível introduzi-lo ao modelo a fim de melhorar a precisão. Para tanto, basta incorporar seus valores à Equação de Medida (Eq. 72) que passará à forma:

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ W_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_k \\ \tau_k \end{bmatrix} X_k + \begin{bmatrix} D_k \\ \varsigma_k \end{bmatrix} + \sqrt{R'_k} \varepsilon \quad (\text{Eq. 74})$$

podendo ser resumida na equação abaixo:

$$Y'_k = C'_k X_k + D'_k + \sqrt{R'_k} \varepsilon \quad (\text{Eq. 75})$$

onde

$$Y'_k = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_M \\ W \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } (M+1) \times 1$$

$$C_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } (M+1) \times 1$$

$$D_k = \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k \Delta t) \\ (r - c)(T_2 - k \Delta t) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k \Delta t) \\ \zeta \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } (M+1) \times 1$$

e R'_k a matriz de covariância formada por Y_1, Y_2, \dots, Y_M e W .

Dessa maneira, o modelo aqui desenvolvido passa a ser flexível podendo incorporar diversas variáveis que possuam poder explicativo sobre o valor da variável de estado. Sendo assim, podem ser utilizadas para estimar os preços à vista de commodities, além dos respectivos preços dos contratos futuros, outras “próxias” como preços de bem substitutos, crescimento populacional, consumo de energia, ou qualquer outro fato de valor correlacionado ao valor da variável de estado.

Aplicação do modelo para o mercado nacional de açúcar

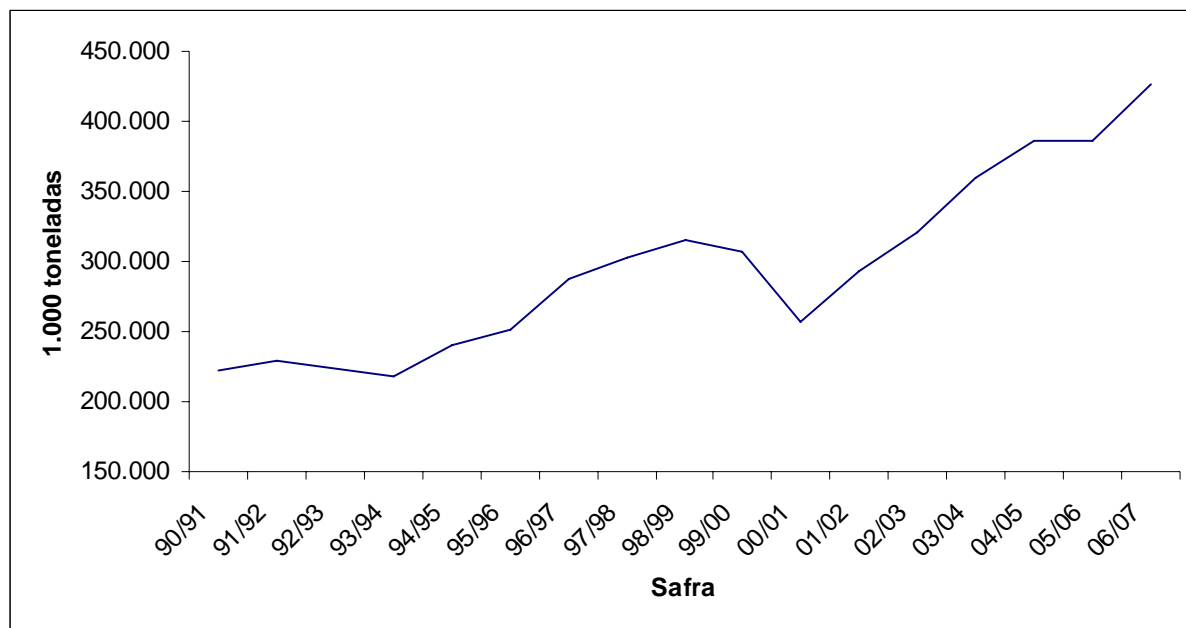
6 Aplicação do modelo para o mercado nacional de açúcar

6.1 O mercado de açúcar e o setor sucro-alcooleiro brasileiro

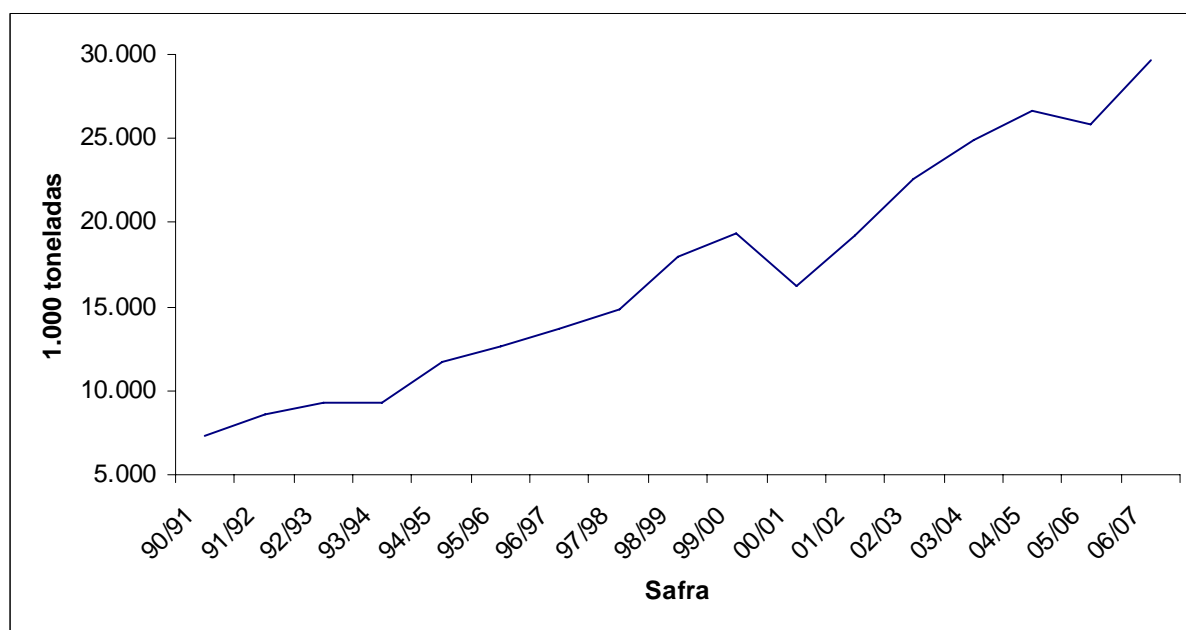
O Brasil é o maior produtor mundial de cana-de-açúcar tendo produzido mais de 410 milhões de toneladas na safra de 2006/07. A cana-de-açúcar é cultivada nas regiões centro-sul e norte-nordeste do Brasil. A região centro-sul é responsável por aproximadamente 87% da produção nacional de cana-de-açúcar, respondendo por aproximadamente 90% da produção de etanol e 86% da produção de açúcar do Brasil, respectivamente, de acordo com a União das Indústrias Canavieiras do Estado de São Paulo – UNICA. O período de safra da região centro-sul vai de maio a dezembro, enquanto que o período da safra na região norte-nordeste vai de setembro a março.

Segundo a UNICA, parte da boa performance da indústria sucro-alcooleira brasileira é devida ao fato do açúcar do Centro-Sul já apresentar, há muitos anos, o menor custo de produção do mundo, em média R\$ 410 por tonelada. O custo total de produção e exportação de açúcar no Centro-Sul é 65% do custo da média de outros exportadores.

Os gráficos abaixo apresentam a evolução da produção de cana-de-açúcar e de açúcar no Brasil:

**Figura 6-12 – Evolução da produção de cana-de-açúcar no Brasil**

Fonte: Elaborado a partir de ÚNICA (2007)

**Figura 6-2 – Evolução da produção de açúcar no Brasil**

Fonte: Elaborado a partir de ÚNICA (2007)

Paralela e conseqüentemente, o Brasil é o maior produtor e exportador de açúcar e etanol do mundo. De acordo com o PROCANA (Programa de Melhoramento Genético da Cana-de-Açúcar), o setor sucro-alcooleiro foi responsável por aproximadamente 3,7% do PIB e por 15,7% do PIB da agricultura no Brasil em 2006, tendo empregado mais de um milhão de pessoas.

O fato do açúcar e do álcool serem derivados da mesma matéria-prima torna essas variáveis complexas a serem modeladas. O comportamento do açúcar passa então a ser influenciado pela matriz energética nacional e mundial uma vez que o álcool produzido vem tendo uma importância cada vez maior neste setor, passando a ser um bem substituto de derivados do petróleo. É válido ressaltar que as usinas devem fazer um plano de produção para uma dada quantidade de cana-de-açúcar disponível. Ou seja, ela deve decidir qual a proporção da quantidade que cada um dos derivados deverá ser produzida, o que é normalmente feita pela margem de lucro que cada um desses produtos oferecerão.

6.2 Séries históricas de açúcar à vista e futuro utilizada

Para a aplicação do modelo desenvolvido no caso do açúcar, serão utilizadas séries históricas de dados de contratos futuros e à vista. A seguir, encontram-se dados, iniciando em janeiro de 2002 e com a última observação em 13 de setembro de 2007, dos preços dos contratos futuros de açúcar negociados na BM&F, apresentados em reais por saca de 50Kg, dos retornos ocorridos durante este período, bem como do retorno médio e da sua volatilidade, além dos preços de açúcar à vista calculados pela ESALQ, também em reais por saca de 50Kg.

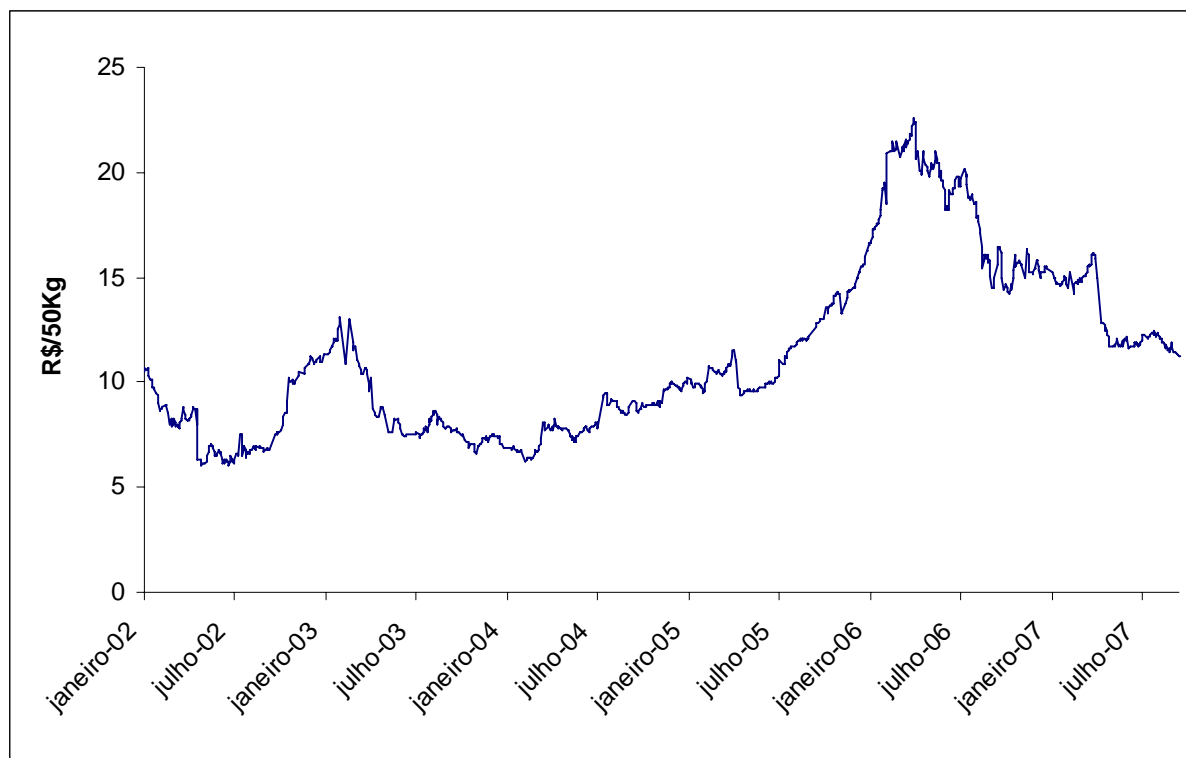


Figura 6-3 – Evolução do preço dos contratos futuros de açúcar negociados na BM&F

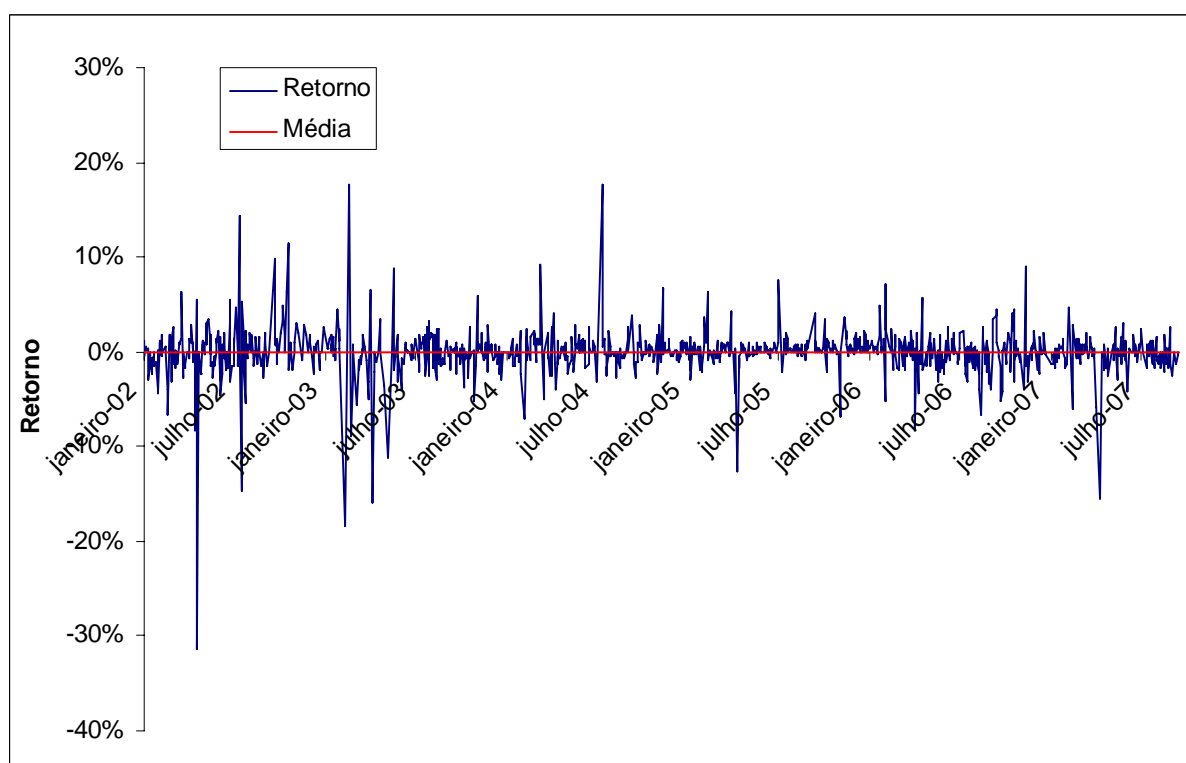


Figura 6-4 – Retornos diários e retorno médio dos contratos futuros de açúcar negociados na BM&F

Retorno médio	0,0057%
Volatilidade	2,4283%

Tabela 6-1 – Retorno médio diário e volatilidade dos contratos futuros de açúcar negociados na BM&F

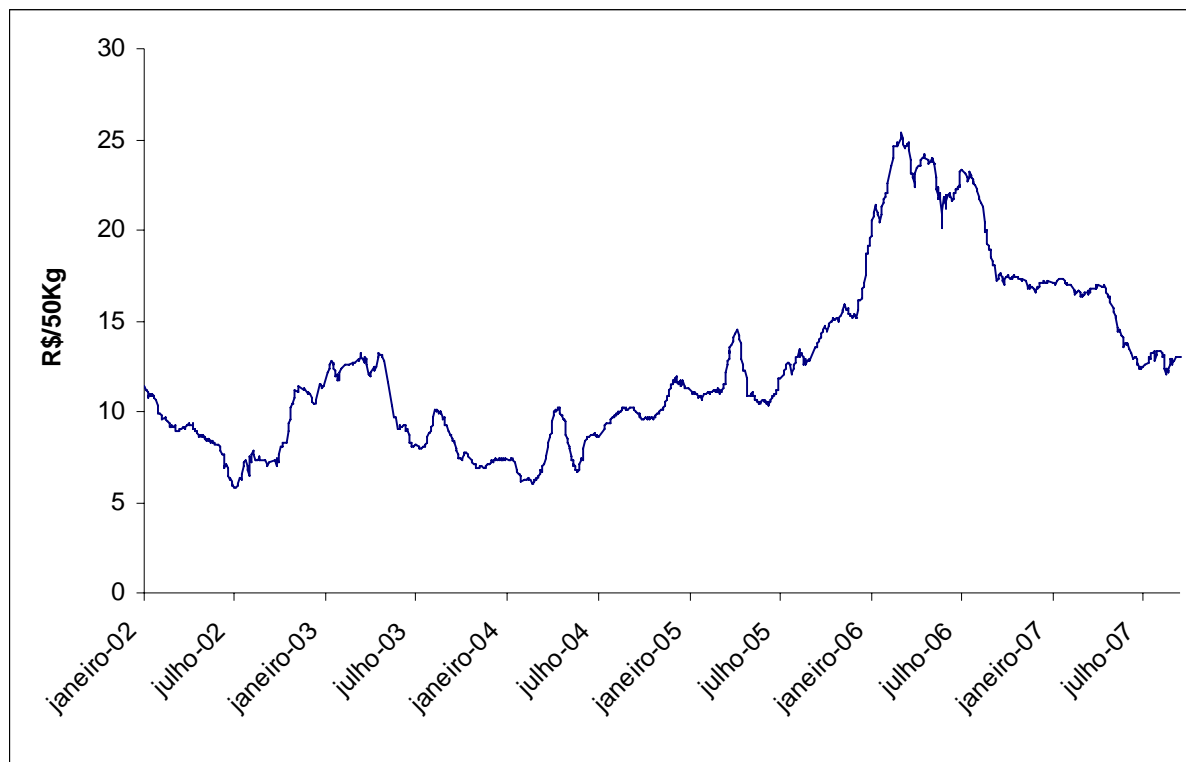


Figura 6-5 – Evolução dos preços do açúcar à vista divulgados pela ESALQ

6.3 O petróleo como variável explicativa

Conforme analisado na sessão anterior, o açúcar faz parte da matriz energética mundial e está portanto sob a influência do seu preço. A dinâmica internacional do preço do petróleo influencia diretamente o preço do álcool. Assim, um petróleo muito caro passa a ser uma oportunidade para as usinas aumentarem o preço do álcool combustível, ganhando margem sobre a produção desta mercadoria.

Em paralelo, à medida que a atratividade da produção de álcool aumenta para a usina, ela deverá reduzir seu volume de produção de açúcar. Logo, o reflexo no mercado deverá ser

que, dada uma defasagem de tempo, a quantidade de açúcar disponível deverá recuar e assim também ocasionar ganho no preço.

Observando que o raciocínio inverso também é válido (que a queda do preço do petróleo, seguindo o mesmo caminho, reflete em um alívio no preço do açúcar), o preço do petróleo, apresentado no gráfico abaixo, passa a ser uma variável explicativa e que antecipa movimentos do preço do açúcar.

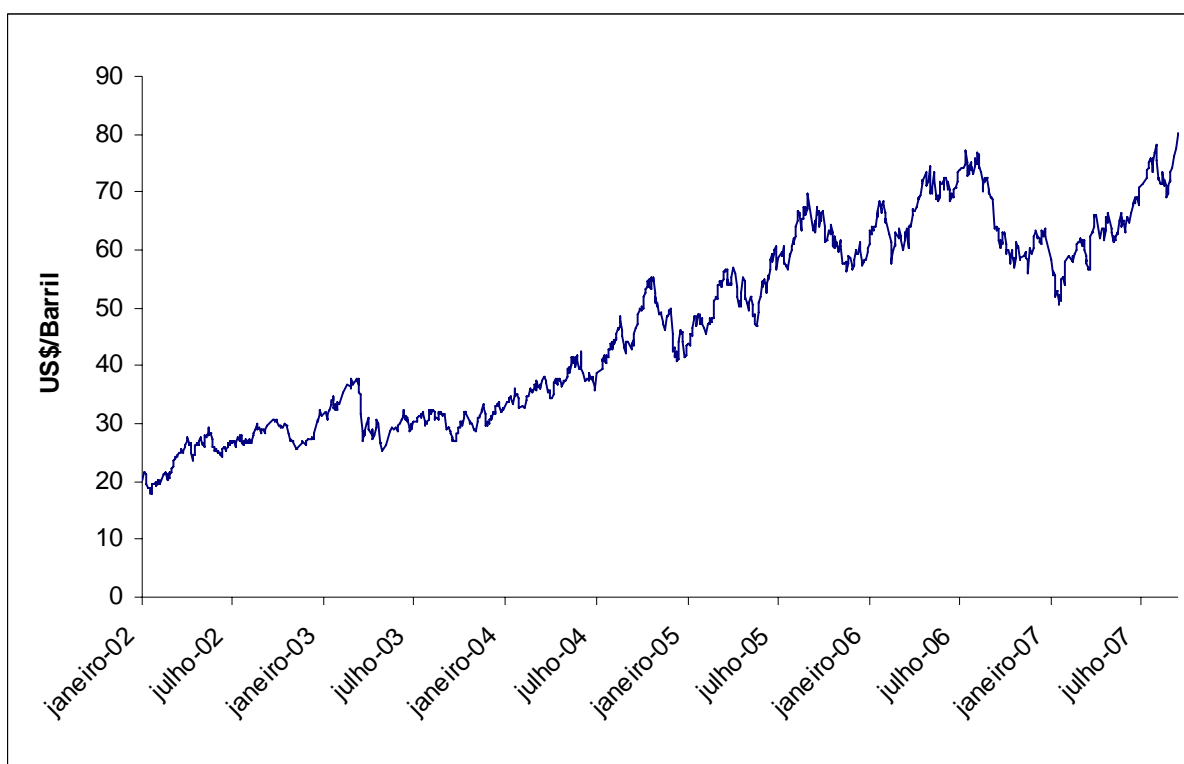


Figura 6-6 – Preço do petróleo no mercado internacional

Para tanto, pode-se verificar essa relação matematicamente realizando um autocorrelograma entre as duas variáveis. Trata-se de calcular a correlação entre as séries históricas de retornos de ambos ativos, calculando-a para diversos níveis de defasagem entre os elementos desses vetores. Assim procura-se analisar a correlação entre elas bem como o nível de defasagem temporal que a maximiza.

O resultado dessa análise, apresentado abaixo, indica que a correlação entre os retornos do petróleo e do açúcar é máxima com uma defasagem de 22 dias (úteis), ou seja, o

preço petróleo antecipa o movimento do preço do açúcar em 22 dias e é portanto uma variável antecedente no modelo desenvolvido.

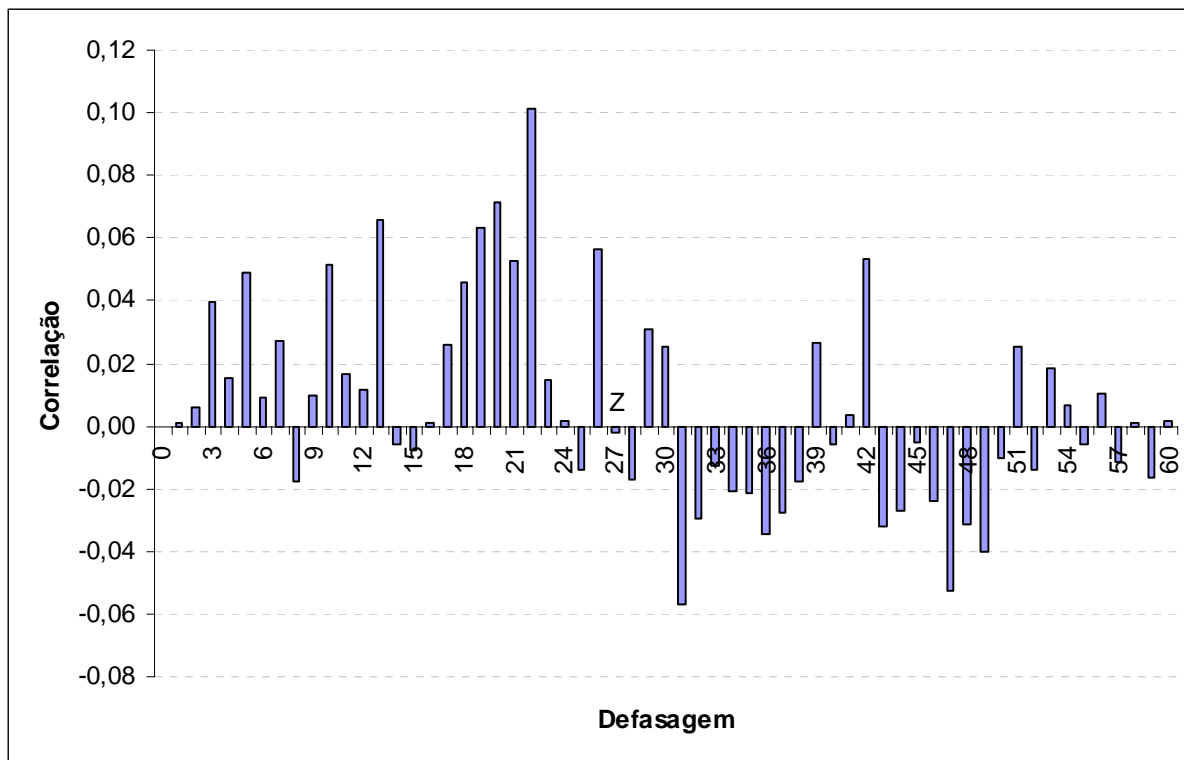


Figura 6-7 – Autocorrelograma dos retornos diários do preço do petróleo e do preço do açúcar

Dessa forma, incorpora-se o preço do petróleo no modelo de apreçamento do açúcar no mercado à vista conforme a metodologia descrita no item 5.3.

6.4 Parâmetros estimados e resultados obtidos

A aplicação do modelo desenvolvido ao caso do açúcar é apresentada abaixo. Em síntese, estimou-se o preço de contratos à vista de açúcar a partir do preço de seu contrato futuro e do preço do petróleo no mercado internacional, passando por diversas outras estimativas de parâmetros conforme descrito no capítulo 5.

Em síntese, o modelo, cujo objetivo é apreçar o contrato à vista de açúcar (representado por X nas equações que seguem), baseia-se na aplicação do filtro de Kalman no

sistema de equações resumido pelas equações de Previsão (Eq. 29) e de Medida (Eq. 30) apresentadas no capítulo 4 e recapituladas abaixo:

$$X_k = A_k X_{k-1} + B_k + \sqrt{Q_k} \eta$$

$$Y_k = C_k X_k + D_k + \sqrt{R_k} \varepsilon$$

onde

$$Y'_k = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_M \\ W \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } (M+1) \times 1$$

$$C_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } (M+1) \times 1$$

$$D_k = \begin{bmatrix} (r - c)(T_1 - k \Delta t) \\ (r - c)(T_2 - k \Delta t) \\ \dots \\ (r - c)(T_M - k \Delta t) \\ \varsigma \end{bmatrix} \quad \text{de dimensões } (M+1) \times 1$$

onde Y representa os preços dos contratos futuros de açúcar, W o preço do petróleo e R'_k a matriz de covariância formada por Y_1, Y_2, \dots, Y_M e W .

O desempenho do modelo aqui desenvolvido foi testado com dados entre janeiro de 2002 e setembro de 2007, totalizando 1157 observações diárias. Para tanto, utilizou-se a ESALQ como fonte de preços para o açúcar à vista e a BM&F para os preços dos contratos

futuros. Por sua vez, os preços do petróleo são os de fechamento da bolsa *New York Mercantile Exchange*.

Para a otimização e determinação do retorno de conveniência empregou-se uma janela móvel de 504 observações, calculando a cada passo o valor desse parâmetro. Assim, embora se tenha considerado o valor do parâmetro c constante, a aplicação do modelo o utilizou de maneira dinâmica. Isso possibilita ao modelo capturar mudanças ocorridas nos parâmetros de mercado, como níveis de estoque, safras mais ou menos bem sucedidas, custo de armazenagem, dentre outros fatores.

Utilizou-se também o petróleo como uma variável complementar ao modelo. Para tanto, foi construído um autocorrelograma, apresentado na figura seguinte, entre os retornos do preço do açúcar à vista e dos preços do petróleo (onde foi calculada a correlação entre essas duas variáveis para diferentes defasagens entre os vetores). Concluiu-se então que o impacto de uma mudança no preço do petróleo repercute 22 dias úteis depois no preço à vista do açúcar (valor para o qual a correlação é máxima). Essa defasagem foi então empregada na elaboração do modelo.

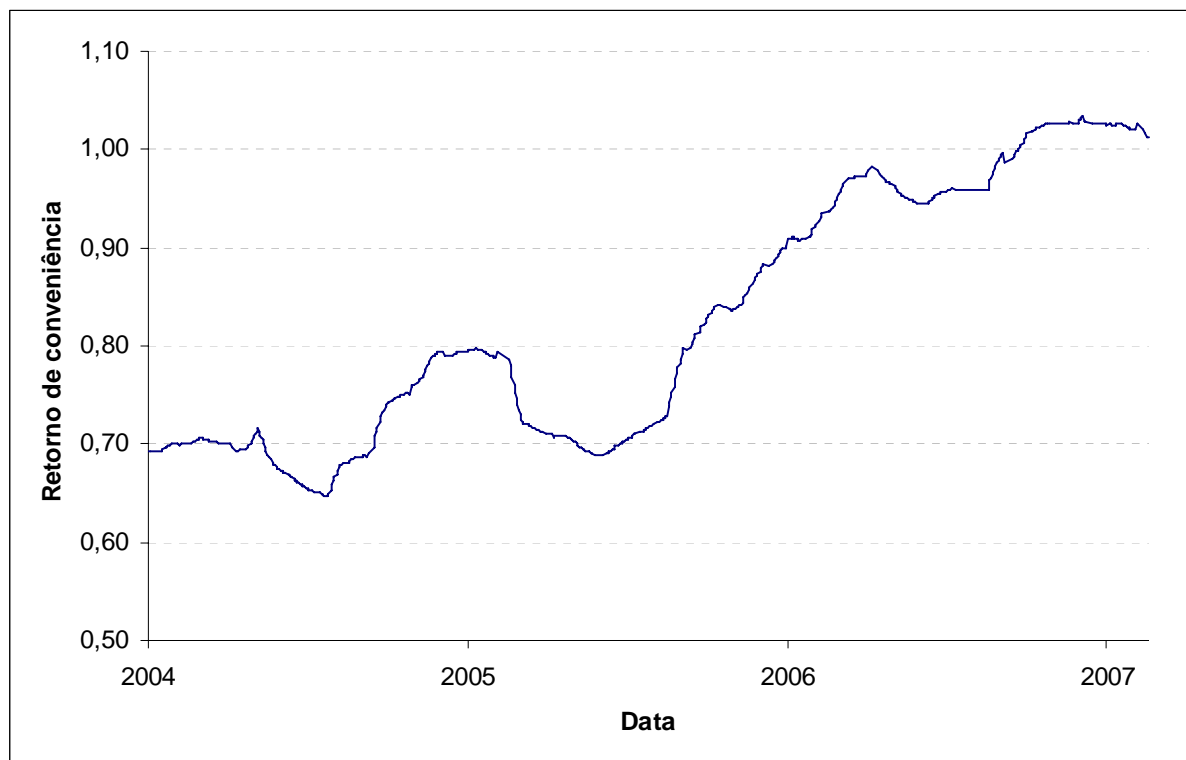


Figura 6-8 – Retorno de conveniência (saída do modelo)

Projetaram-se estimativas para um passo a frente e compararam-se os resultados do modelo, apresentado no gráfico abaixo, com os valores reais de mercado divulgados pela ESALQ. Dessa maneira, é possível introduzir uma estimativa do erro absoluto percentual médio do modelo (MAPE) calculada conforme a relação

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\text{modelo}_i - \text{real}_i|}{\text{real}_i}$$

onde modelo_i representa a resposta do modelo para cada data i , real_i os dados de mercado da respectiva data i e N o total de observações realizadas para a simulação, assim como a medida

de , bem como do erro médio absoluto dado por $\text{Erro} = \sum_{i=1}^N \frac{|\text{modelo}_i - \text{real}_i|}{\text{real}_i}$. Assim, obteve-se

que o erro absoluto percentual médio do modelo vale 6,6% enquanto o erro absoluto medido foi de 76,1.

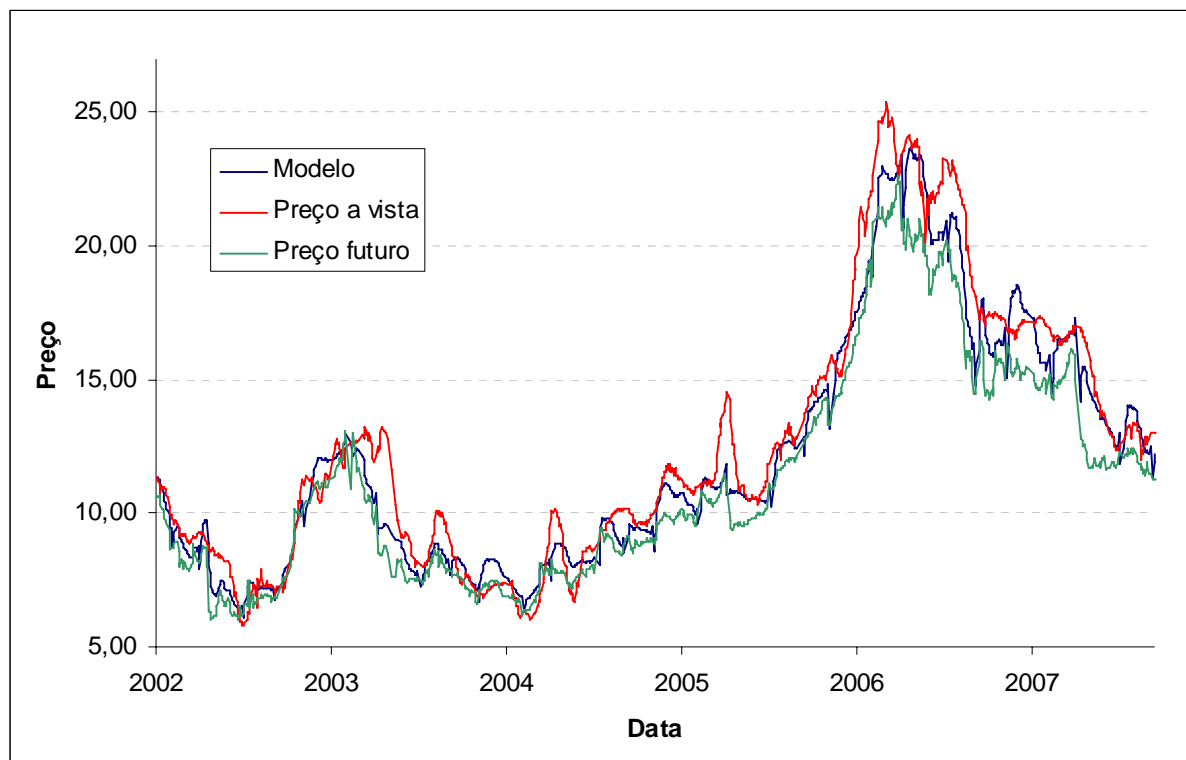


Figura 6-9 – Resultado do modelo simulado para o preço do açúcar nacional

Visando a comparar sua eficiência, analisou-se também o modelo com uma estimativa estática do retorno de conveniência, ou seja, uma vez determinado com base em 504 observações, esse parâmetro permanece constante. Nesse caso, o erro MAPE vale 6,8% e o erro absoluto vale 79,0.

É possível também verificar que o impacto da utilização do petróleo como variável explicativa é reduzido para essa aplicação. Os erros MAPE obtidos são de 6,6% considerando o retorno de conveniência dinâmico e de 6,8% no caso estático (absolutos de 76,0 e 78,9, respectivamente).

Construiu-se também um modelo simplificado de suavização por média móvel, empregada para prever o preço do açúcar no próximo passo. Nesse caso, utiliza-se a média móvel do preço do contrato futuro para prevê-lo um passo a frente e, em seguida, o preço futuro é trazido a valor presente, obtendo-se o preço do ativo à vista, conforme as equações seguintes:

$$MM_t = \frac{1}{j} \sum_{i=t-j+1}^t F_i$$

$$S_t = MM_{t-1} e^{r(T-t)}$$

onde MM_t representa a média móvel de j observações terminando na data t , S_t o preço à vista na data t , r a taxa de juros livre de risco da economia e T o vencimento do contrato futuro.

Os resultados comprovam a eficiência do modelo focado neste trabalho: para uma janela móvel de 21 dias (equivalente a um mês), o erro MAPE apresentado é de 13,5% e o absoluto de 152,8, para 42 dias de janela móvel 14,1% e 157,2, respectivamente, e, para 63 dias, 15,1% e 162,2 respectivamente. Pode-se comparar ambos os modelos no gráfico abaixo:

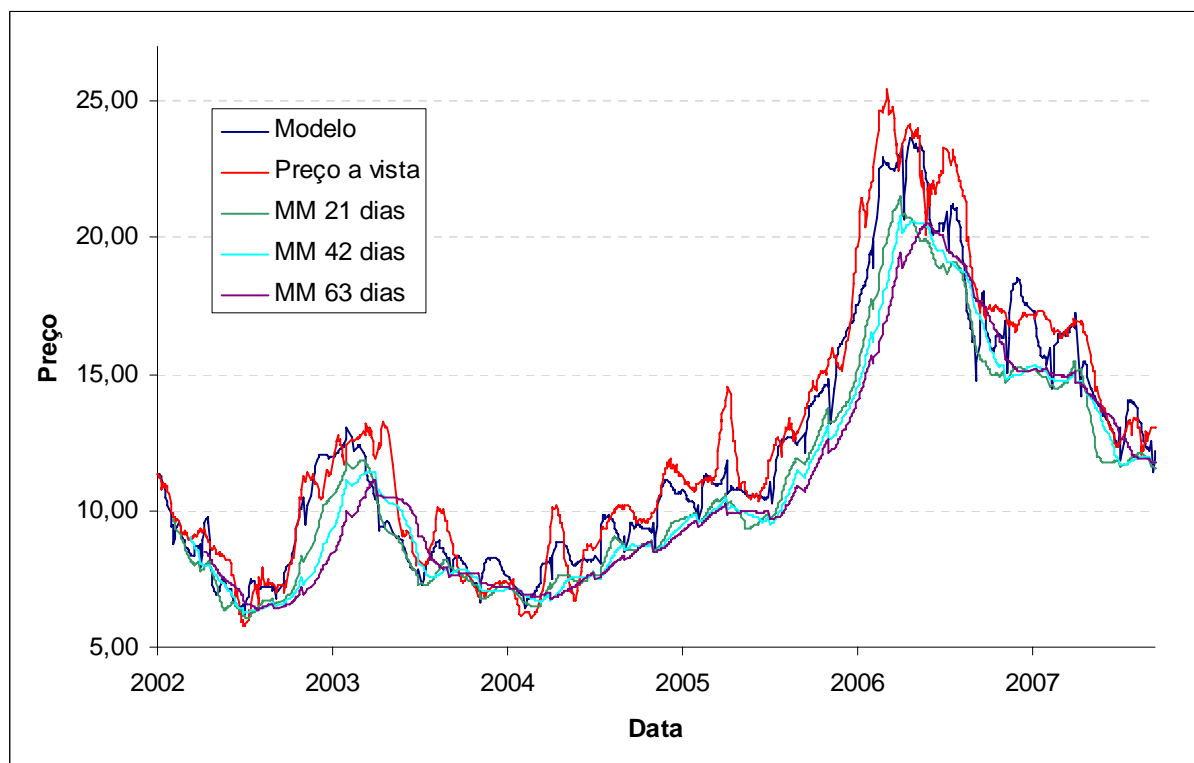


Figura 6-10 – Comparação do modelo desenvolvido com modelo ingênuo

De maneira objetiva, a tabela seguinte apresenta os erros dos diversos modelos aqui discutidos:

Modelo	Erro MAPE	Erro Absoluto
Filtro de Kalman e retorno de conveniência dinâmico	6,6%	76,0
Filtro de Kalman e retorno de conveniência estático	6,8%	78,9
Filtro de Kalman, retorno de conveniência dinâmico com petróleo	6,6%	76,1
Filtro de Kalman e retorno de conveniência estático com petróleo	6,8%	79,0
Preços futuros suavizados com janela de 21 dias e calculados no valor presente	13,5%	152,8
Preços futuros suavizados com janela de 21 dias e calculados no valor presente	14,1%	157,2
Preços futuros suavizados com janela de 21 dias e calculados no valor presente	15,1%	162,2

Tabela 6-2 – Resumo dos erros dos modelos implementados

Conclusão

7 Conclusão

Foi desenvolvido um modelo de apreçamento de contratos à vista de commodities baseados no preço de contratos futuros dos ativos subjacentes capaz de englobar uma ou mais variáveis com poder de explicação do comportamento do preço à vista. Para tanto, utilizou-se o Filtro de Kalman e a teoria de arbitragem entre contratos à vista e futuros de um mesmo ativo para modelar o relacionamento estocástico entre variáveis utilizadas. O modelo criado é bastante flexível, permitindo incorporar diversas variáveis que possam ser consideradas explicativas para a variável de estado.

Para gerar resultados precisos, a estimativa de parâmetros deve ser sempre minuciosa. Aqui ela foi realizada de maneira híbrida. Utilizaram-se técnicas clássicas empregadas pelo mercado de capitais quando a aplicação das mesmas era possível. Já, o retorno de conveniência foi estimado a partir de um modelo de otimização quadrática.

A abordagem dada à estimação de parâmetros é uma novidade para esse tipo de modelo. Até então, recentes trabalhos no tema otimizam todos os parâmetros em um só sistema, fato que pode gerar distorções frente à realidade do mercado. Isso porque a combinação de todas as variáveis que melhor aproxima o resultado final do modelo aos dados históricos reais não é necessariamente aquela que melhor aproxima os valores dos parâmetros à realidade individual de cada um deles.

Dessa forma, um sistema de otimização híbrido permitiu chegar a um segundo objetivo deste trabalho: capacitar o modelo para avaliar o retorno de conveniência do ativo em questão, parâmetro de mensuração bastante complexa por depender de fatores como níveis de estoques, custos de armazenagem, safras melhores sucedidas que outras, dentre outros.

A eficiência do modelo proposto pôde ser avaliada (e comprovada) ao simulá-lo a partir de dados históricos de preços dos contratos de açúcar. Utilizou-se uma otimização dinâmica do retorno de conveniência, isto é, realizou-se a otimização desse parâmetro com uma janela móvel de dados. O objetivo foi possibilitar o modelo a reagir a mudanças de conjuntura, conforme descrito acima, passando a trabalhar de maneira ativa. O erro percentual

médio foi neste caso de 6,6% (contra 6,8% quando se otimiza o retorno de conveniência de forma estática), o que reforça o fato que o retorno de conveniência varia no tempo e, portanto, um modelo dinâmico possui uma capacidade de previsão maior.

Para avaliar essas medidas, um modelo simplista foi criado em paralelo, no qual se suaviza os preços dos contratos futuros para estimá-lo um passo a frente e utiliza-se da teoria de arbitragem entre contratos futuros e à vista. Nesse caso, o erro percentual médio apresentado foi de 13,5% (considerando janela móvel com mais de um mês de observações), ou seja, 205% superior ao erro do modelo principal, fato que comprova o bom desempenho do modelo desenvolvido e a pertinência da utilização de uma ferramenta de filtragem estocástica, o filtro de Kalman, para essa aplicação.

Foi possível também constatar que, para a previsão de preço de contratos à vista de açúcar, o petróleo não interferiu de maneira expressiva nos resultados do modelo e não foi capaz de melhorar os resultados. Isso se deve ao fato que, apesar de ambos os ativos estarem relacionados por meio da matriz energética nacional, ambos os preços não possuem uma correlação significativa e pontual, sendo o impacto causado pelo preço do petróleo no preço do açúcar diluído em termos de tempo e de maior relevância em determinados cenários de mudança de conjunturas econômicas. Essa aplicação, no entanto, é relevante para exemplificar a capacidade do modelo desenvolvido em incorporar quaisquer variáveis que possam explicar de maneira relevante o valor da variável de estado.

Criou-se então neste trabalho um modelo genérico para apreçamento de commodities agrícolas, focado principalmente nas características do mercado nacional. Ele atenderá a produtores, a investidores, ou a outros atuadores no mercado de commodities, que desejam apreçar os contratos à vista negociados para suas diferentes finalidades e utilidades.

7.1 *Recomendações para trabalhos futuros*

O resultado obtido no trabalho desenvolvido alcançou as expectativas. No entanto, há pontos que trabalhos futuros poderiam desenvolver e dar seqüência ao estudo aqui apresentado:

- Extrapolação do modelo para uma projeção de dados para uma janela futura mais longa: o modelo proposto poderia ser estendido para ser capaz de gerar previsões mais longas, isto é, mais de um passo de tempo a frente.
- Introdução e modelagem da variável “demanda”: a demanda é uma variável de grande importância para o apreçamento de commodities. No entanto, sua modelagem é também de grande complexidade. Seria de grande utilidade um desenvolvimento de um modelo paralelo de demanda que pudesse ter seu resultado incorporado ao modelo aqui proposto de forma a melhorar seu poder de previsão.
- Software para auxiliar a utilização pelo investidor: poderia se desenvolver uma ferramenta com uma interface gráfica amigável de forma a facilitar a utilização do modelo. O resultado final então seria apresentado através de gráficos, formulários e tabelas.

Bibliografia

8 Bibliografia

AIUBE F. A. L.; BAIDYA T. K. N. & TITO, E. A. H. **Processos Estocásticos dos Preços das Commodities: uma abordagem através do filtro de partículas**. Revista Brasileira de Economia Vol 60, n 3, p215-233, 2006.

BODIE Z.; KANE A. & MARCUS A. J. **Fundamentos de Investimentos**, 3.ed Porto Alegre: Bookman, 2000.

BRENNAN, M. J. & SCHWARTZ, E. S. **Evaluating natural resource investments**. The Journal of Business. Vol 58, n.2, p.135-157, 1985.

BRENNAN, M. J. The supply of storage. **The American Economic Review**. Vol.48, n.1, p.50-72, 1958.

ELLIOTT R. e HYNDMAN C. **Parameter estimation in commodity markets: a filtering approach**. Concordia University, Montréal, Québec, 2007.

GARCIA, P. & LEUTHOLD, M. **A selected review of agricultural commodity futures and options markets**. European Review of Agricultural Economics. Vol 31 (3), pp. 235-272, 2004.

GEMAN H. **Commodities and Commodity Derivatives**. 1.ed New York: John Wiley & Sons. Ltd, 2005.

GIBSON, R. & SCHWARTZ, E. S. **Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims**. The Journal of Finance Vol 45, n.3, p.959-976, 1990.

HULL J. **Options, Futures and Other Derivatives**. 5.ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001.

ITÔ K. **On Stochastic Differential Equations**. American Mathematical Society, 1951.

KALDOR, N. **Speculation and economic stability**. The Review of Economic Studies. Vol 7, n.1, p.1-27, 1939.

KALMAN, R.E. **A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems**. Transactions of the ASME. Journal of Basic Engineering, 1960.

LUENBERGER D. G. **Investment Science**, 1.ed New York: Oxford University Press, 1998.

MACEDO, I. **A energia da Cana-de-Açúcar: Doze estudos sobre a agroindústria da cana-de-açúcar no Brasil e a sua sustentabilidade.** 2 ed. São Paulo: UNICA, 2007.

MANKIW, N. G. **Introdução à economia.** 3. ed São Paulo: Thomson, 2005.

MORETTIN P. A. & TOLOI C. M. C. **Análise de Séries Temporais.** 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2004.

SCHWARTZ, E. S. & SMITH, J. E. **Valuing long-term commodity assets.** *Management Science*. Vol .46, n.7, p.893-911, 2000.

SCHWARTZ, E. S. **Equilibrium forward curves for commodities.** *The Journal of Finance*. Vol.52, n.3, p.923-973, 1997.

SILVA, G. **Novos instrumentos de financiamento do agronegócio brasileiro e uma análise das alternativas de investimentos para o CDA/WA.** Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

TELSER, L. G. **Modeling seasonality in agricultural commodity futures.** *The Journal of Political Economy*. Vol 66, n.3, p.233-255, 1958.

WELCH, G. & BISHOP, G., **An Introduction to the Kalman Filter.** University of North Carolina, Chapel Hill, 2006.

WORKING, H. **Futures trading and the storage of cotton and wheat.** *Journal of Farm Economics* Vol 30, n.1, p.1-28, 1948.

Anexo

Anexo A: Dados dos contratos de açúcar utilizados

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
2/1/2002	10,53	11,32	19,05%	21,01	20/3/2002	8,84	9,15	18,79%	24,90
3/1/2002	10,65	11,35	19,05%	20,37	21/3/2002	8,60	9,15	18,55%	25,61
4/1/2002	10,59	11,18	19,05%	21,62	22/3/2002	8,60	9,09	18,54%	25,35
7/1/2002	10,64	11,23	19,05%	21,48	25/3/2002	8,45	9,08	18,55%	24,99
8/1/2002	10,65	11,07	19,05%	21,25	26/3/2002	8,31	9,17	18,55%	25,36
9/1/2002	10,69	11,03	19,05%	20,18	27/3/2002	8,20	9,25	18,54%	25,87
10/1/2002	10,60	10,78	19,05%	20,38	28/3/2002	8,20	9,21	18,52%	26,31
11/1/2002	10,30	10,87	19,05%	19,68	1/4/2002	8,20	9,30	18,47%	26,88
14/1/2002	10,16	10,90	19,05%	18,89	2/4/2002	8,15	9,31	18,40%	27,71
15/1/2002	10,16	10,98	19,05%	18,90	3/4/2002	8,25	9,23	18,40%	27,56
16/1/2002	10,10	10,97	19,05%	18,86	4/4/2002	8,37	9,24	18,40%	26,58
17/1/2002	9,86	10,86	19,05%	17,97	5/4/2002	8,45	9,30	18,40%	26,21
18/1/2002	9,79	10,94	19,05%	18,00	8/4/2002	8,70	9,24	18,40%	26,54
21/1/2002	9,75	10,88	19,05%	18,00	9/4/2002	8,72	9,27	18,40%	25,82
22/1/2002	9,75	10,79	19,05%	18,34	10/4/2002	8,80	9,31	18,40%	26,13
23/1/2002	9,65	10,71	19,05%	19,50	11/4/2002	8,70	9,09	18,40%	24,99
24/1/2002	9,50	10,59	19,05%	19,70	12/4/2002	8,71	9,03	18,40%	23,47
28/1/2002	9,40	10,28	19,05%	20,05	15/4/2002	8,70	8,92	18,40%	24,57
29/1/2002	9,03	10,02	19,05%	19,58	16/4/2002	8,00	8,90	18,40%	24,75
30/1/2002	9,04	9,92	19,05%	19,08	17/4/2002	8,45	8,87	18,40%	25,94
31/1/2002	8,65	9,94	19,05%	19,48	18/4/2002	8,69	8,83	18,40%	26,18
1/2/2002	8,75	9,92	19,05%	20,38	19/4/2002	6,35	8,82	18,39%	26,38
4/2/2002	8,75	9,78	19,05%	20,07	22/4/2002	6,34	8,74	18,38%	26,27
5/2/2002	8,70	9,75	19,05%	20,07	23/4/2002	6,31	8,63	18,35%	26,62
6/2/2002	8,85	9,67	19,05%	19,78	24/4/2002	6,31	8,66	18,34%	26,38
7/2/2002	8,85	9,56	19,05%	19,64	25/4/2002	6,16	8,63	18,37%	26,73
13/2/2002	8,90	9,73	19,05%	21,18	26/4/2002	6,02	8,59	18,36%	27,11
14/2/2002	8,90	9,60	19,05%	21,23	29/4/2002	6,09	8,64	18,28%	27,57
18/2/2002	8,55	9,43	19,05%	21,50	30/4/2002	6,10	8,71	18,11%	27,29
20/2/2002	8,00	9,33	19,05%	20,29	2/5/2002	6,15	8,57	18,37%	26,24
21/2/2002	8,15	9,18	18,80%	20,95	3/5/2002	6,14	8,45	18,34%	26,62
22/2/2002	8,15	9,13	18,80%	21,07	6/5/2002	6,20	8,41	18,33%	26,12
25/2/2002	8,25	9,19	18,80%	20,48	7/5/2002	6,26	8,44	18,28%	26,63
26/2/2002	8,15	9,17	18,80%	21,41	8/5/2002	6,45	8,45	18,27%	27,85
27/2/2002	7,90	9,25	18,80%	21,29	9/5/2002	6,50	8,40	18,34%	27,68
28/2/2002	8,01	9,15	18,79%	21,74	10/5/2002	6,70	8,48	18,37%	27,99
1/3/2002	8,23	9,19	18,80%	22,40	13/5/2002	6,94	8,34	18,40%	28,38
4/3/2002	8,12	9,22	18,80%	22,45	14/5/2002	7,00	8,35	18,41%	29,36
5/3/2002	8,08	9,12	18,80%	23,17	15/5/2002	6,98	8,32	18,42%	28,15
6/3/2002	7,95	8,95	18,80%	23,15	16/5/2002	7,10	8,41	18,42%	27,95
7/3/2002	7,94	8,93	18,80%	23,71	17/5/2002	7,00	8,37	18,41%	28,18
8/3/2002	7,95	8,98	18,80%	23,84	20/5/2002	6,92	8,33	18,41%	28,33
11/3/2002	7,94	8,93	18,80%	24,31	21/5/2002	6,73	8,33	18,40%	27,33
12/3/2002	7,83	8,94	18,80%	24,20	22/5/2002	6,70	8,17	18,37%	26,37
13/3/2002	7,90	8,88	18,80%	24,16	23/5/2002	6,60	8,17	18,41%	26,15
14/3/2002	7,96	8,97	18,80%	24,56	24/5/2002	6,50	8,21	18,42%	25,88
15/3/2002	8,04	9,03	18,80%	24,51	27/5/2002	6,50	8,18	18,41%	25,88
18/3/2002	8,15	9,07	18,80%	25,11	28/5/2002	6,59	8,17	18,41%	25,27
19/3/2002	8,30	9,13	18,80%	24,88	29/5/2002	6,65	8,20	18,33%	25,76

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
31/5/2002	6,80	8,21	18,16%	25,31	20/8/2002	6,88	7,46	17,87%	30,11
3/6/2002	6,60	8,09	17,31%	25,08	21/8/2002	6,99	7,49	17,87%	29,24
4/6/2002	6,70	7,89	15,90%	25,33	22/8/2002	6,99	7,27	17,82%	28,84
5/6/2002	6,60	7,83	16,87%	24,89	26/8/2002	6,89	7,35	17,81%	29,28
6/6/2002	6,30	7,61	18,00%	24,79	28/8/2002	6,89	7,26	17,87%	28,34
7/6/2002	6,15	7,64	18,23%	24,75	29/8/2002	6,70	7,35	17,83%	28,92
10/6/2002	6,20	7,62	18,31%	24,29	2/9/2002	6,83	7,26	17,87%	28,98
11/6/2002	6,16	7,26	18,34%	24,12	4/9/2002	6,90	7,11	17,87%	28,27
12/6/2002	6,15	6,89	18,29%	24,64	5/9/2002	6,80	7,00	17,88%	28,98
13/6/2002	6,28	7,01	18,32%	25,64	9/9/2002	6,80	7,24	17,90%	29,73
14/6/2002	6,32	6,97	18,38%	25,94	23/9/2002	7,50	7,26	17,90%	30,71
17/6/2002	6,20	7,06	18,40%	26,09	24/9/2002	7,55	7,02	17,90%	30,77
18/6/2002	6,20	6,85	18,40%	25,43	25/9/2002	7,60	7,38	17,90%	30,64
19/6/2002	6,20	6,65	18,40%	25,31	26/9/2002	7,50	7,40	17,90%	30,41
20/6/2002	6,10	6,48	18,41%	25,53	27/9/2002	7,60	7,21	17,90%	30,54
21/6/2002	6,00	6,20	18,41%	25,82	30/9/2002	7,60	7,60	17,90%	30,45
24/6/2002	6,20	6,31	18,41%	26,47	3/10/2002	7,75	8,04	17,90%	29,76
25/6/2002	6,55	6,08	18,41%	26,32	7/10/2002	8,00	8,09	17,90%	29,64
26/6/2002	6,35	5,92	18,41%	26,76	8/10/2002	8,40	8,26	17,90%	29,48
28/6/2002	6,25	5,98	18,41%	26,86	11/10/2002	8,55	8,28	17,90%	29,37
1/7/2002	6,16	5,80	18,41%	26,81	14/10/2002	8,55	8,30	17,90%	30,03
2/7/2002	6,25	5,79	18,40%	26,77	17/10/2002	9,10	8,88	20,90%	29,62
3/7/2002	6,30	5,84	18,40%	26,80	18/10/2002	10,20	9,32	20,90%	29,60
5/7/2002	6,60	5,85	18,39%	26,80	21/10/2002	10,00	9,52	20,90%	28,37
8/7/2002	6,60	5,92	18,41%	26,07	23/10/2002	10,00	9,83	20,90%	28,18
10/7/2002	6,50	6,01	18,40%	26,77	24/10/2002	10,00	10,21	20,90%	28,20
12/7/2002	7,50	6,33	18,39%	27,48	25/10/2002	10,10	10,47	20,90%	27,05
15/7/2002	7,50	6,24	18,39%	27,07	28/10/2002	9,90	10,40	20,90%	27,29
17/7/2002	6,48	6,53	18,39%	27,88	30/10/2002	9,90	10,77	20,90%	26,81
19/7/2002	6,83	7,02	17,89%	27,83	1/11/2002	10,00	11,24	20,90%	27,13
22/7/2002	6,95	7,17	17,89%	26,60	6/11/2002	10,30	11,06	20,90%	25,77
23/7/2002	6,81	7,31	17,89%	26,31	8/11/2002	10,50	11,38	20,90%	25,78
24/7/2002	6,45	7,30	17,87%	26,87	18/11/2002	10,40	11,16	20,90%	26,71
25/7/2002	6,60	7,31	17,87%	26,77	20/11/2002	10,70	11,33	20,90%	26,98
26/7/2002	6,64	7,27	17,87%	26,54	26/11/2002	10,90	11,01	21,90%	26,40
29/7/2002	6,60	6,97	17,86%	26,55	27/11/2002	10,90	11,08	21,90%	26,89
30/7/2002	6,65	6,78	17,84%	27,36	2/12/2002	11,10	10,95	21,90%	27,24
31/7/2002	6,64	6,49	17,87%	27,02	3/12/2002	11,20	10,76	21,90%	27,30
1/8/2002	6,66	7,17	17,83%	26,47	5/12/2002	11,15	10,50	21,90%	27,29
2/8/2002	6,80	7,55	17,84%	26,84	9/12/2002	10,90	10,47	21,90%	27,20
5/8/2002	6,80	7,24	17,87%	26,58	10/12/2002	10,94	10,40	21,90%	27,74
6/8/2002	6,79	7,37	17,87%	27,17	11/12/2002	11,00	10,48	21,90%	27,40
7/8/2002	6,83	7,63	17,86%	26,50	12/12/2002	11,00	10,47	21,90%	28,01
8/8/2002	6,95	7,90	17,83%	26,67	13/12/2002	11,09	10,64	21,90%	28,44
9/8/2002	6,90	7,62	17,83%	26,86	19/12/2002	11,21	11,48	24,90%	30,56
12/8/2002	6,80	7,34	17,83%	27,86	20/12/2002	11,00	11,46	24,90%	30,30
13/8/2002	6,81	7,34	17,82%	27,90	23/12/2002	11,00	11,41	24,90%	31,75
14/8/2002	6,86	7,27	17,87%	28,15	26/12/2002	11,00	11,25	24,90%	32,49
15/8/2002	6,97	7,27	17,87%	29,06	30/12/2002	11,30	11,35	24,90%	31,37

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
12/8/2003	8,45	9,98	24,35%	31,92	4/11/2003	7,00	6,89	18,85%	28,75
13/8/2003	8,20	9,99	24,35%	30,78	5/11/2003	7,00	6,87	18,85%	30,30
14/8/2003	8,00	10,08	24,34%	31,09	6/11/2003	7,07	6,88	18,85%	30,26
15/8/2003	8,20	10,00	24,33%	31,05	7/11/2003	7,09	7,02	18,85%	30,85
18/8/2003	8,40	9,91	24,33%	30,89	10/11/2003	7,14	6,99	18,85%	30,88
19/8/2003	8,30	10,04	24,34%	30,70	11/11/2003	7,14	6,98	18,85%	31,15
20/8/2003	8,25	10,01	24,21%	30,95	12/11/2003	7,28	6,99	18,85%	31,33
21/8/2003	8,28	9,92	21,83%	31,88	13/11/2003	7,30	6,85	18,84%	31,90
22/8/2003	8,15	9,98	21,84%	31,84	14/11/2003	7,33	6,88	18,84%	32,37
25/8/2003	8,05	9,71	21,84%	31,56	18/11/2003	7,27	6,93	18,82%	33,28
26/8/2003	8,00	9,60	21,84%	31,95	19/11/2003	7,33	6,95	18,81%	32,92
27/8/2003	7,90	9,63	21,84%	31,21	20/11/2003	7,40	6,98	17,34%	32,86
28/8/2003	7,80	9,56	21,83%	31,50	21/11/2003	7,35	7,07	17,34%	31,61
29/8/2003	7,80	9,28	21,83%	31,57	24/11/2003	7,35	7,13	17,34%	29,74
1/9/2003	7,90	9,21	21,83%	31,57	25/11/2003	7,20	7,15	17,34%	29,77
5/9/2003	7,87	8,91	21,84%	28,88	26/11/2003	7,40	7,13	17,33%	30,41
9/9/2003	7,85	8,71	21,84%	29,18	28/11/2003	7,40	7,13	17,32%	30,41
10/9/2003	7,70	8,76	21,84%	29,35	1/12/2003	7,45	7,19	17,31%	29,95
11/9/2003	7,65	8,48	21,84%	28,82	2/12/2003	7,45	7,27	17,34%	30,78
12/9/2003	7,69	8,44	21,84%	28,27	3/12/2003	7,50	7,23	17,33%	31,10
16/9/2003	7,70	8,35	21,84%	27,56	4/12/2003	7,51	7,24	17,33%	31,26
17/9/2003	7,69	8,34	21,83%	27,03	5/12/2003	7,45	7,27	17,33%	30,73
18/9/2003	7,72	8,23	19,85%	27,17	8/12/2003	7,42	7,36	17,32%	32,10
19/9/2003	7,71	7,97	19,85%	27,03	9/12/2003	7,42	7,38	17,32%	31,76
22/9/2003	7,78	7,88	19,85%	26,96	10/12/2003	7,48	7,34	17,31%	31,88
23/9/2003	7,60	7,66	19,85%	27,13	11/12/2003	7,45	7,35	17,30%	31,85
24/9/2003	7,65	7,63	19,85%	28,24	12/12/2003	7,45	7,32	17,29%	33,04
25/9/2003	7,62	7,54	19,85%	28,29	15/12/2003	7,35	7,39	17,29%	33,18
26/9/2003	7,60	7,42	19,85%	28,16	16/12/2003	7,39	7,31	17,29%	32,89
29/9/2003	7,55	7,39	19,84%	28,40	17/12/2003	7,30	7,35	17,27%	33,35
30/9/2003	7,57	7,38	19,84%	29,20	18/12/2003	7,26	7,38	16,30%	33,71
1/10/2003	7,55	7,33	19,83%	29,39	19/12/2003	7,10	7,32	16,34%	33,02
2/10/2003	7,45	7,40	19,83%	29,84	22/12/2003	7,10	7,33	16,34%	31,87
3/10/2003	7,50	7,45	19,84%	30,40	23/12/2003	6,90	7,41	16,34%	31,95
7/10/2003	7,22	7,65	19,84%	30,41	26/12/2003	6,90	7,33	16,34%	32,86
8/10/2003	7,25	7,72	19,84%	29,81	29/12/2003	6,90	7,41	16,34%	32,40
9/10/2003	7,26	7,74	19,84%	31,01	5/1/2004	6,90	7,31	16,34%	33,78
10/10/2003	7,20	7,71	19,84%	31,97	6/1/2004	6,90	7,32	16,34%	33,70
13/10/2003	7,15	7,67	19,84%	31,95	7/1/2004	6,90	7,33	16,33%	33,62
14/10/2003	7,15	7,67	19,84%	31,82	8/1/2004	6,85	7,32	16,33%	33,98
15/10/2003	7,10	7,62	19,84%	31,77	9/1/2004	6,83	7,39	16,32%	34,31
16/10/2003	6,91	7,57	19,84%	31,54	12/1/2004	6,86	7,47	16,32%	34,72
20/10/2003	7,10	7,34	19,84%	30,35	13/1/2004	6,95	7,37	16,32%	34,43
21/10/2003	7,05	7,36	19,84%	30,18	14/1/2004	6,95	7,28	16,31%	34,50
22/10/2003	7,05	7,32	19,83%	29,92	15/1/2004	6,85	7,22	16,31%	33,44
23/10/2003	7,05	7,23	18,85%	30,30	19/1/2004	6,75	6,80	16,30%	35,07
27/10/2003	7,06	7,12	18,85%	29,92	20/1/2004	6,70	6,79	16,30%	36,20
29/10/2003	6,70	7,05	18,85%	28,91	21/1/2004	6,75	6,67	16,28%	34,58
31/10/2003	6,60	6,88	18,85%	29,11	22/1/2004	6,75	6,60	16,33%	34,93

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
23/1/2004	6,72	6,54	16,33%	34,94	26/4/2004	7,85	9,43	15,84%	36,97
26/1/2004	6,72	6,50	16,33%	34,47	27/4/2004	7,85	9,20	15,83%	37,53
27/1/2004	6,65	6,32	16,32%	34,12	28/4/2004	7,78	8,71	15,82%	37,46
28/1/2004	6,80	6,20	16,32%	33,62	29/4/2004	7,85	8,50	15,80%	37,31
29/1/2004	6,65	6,11	16,30%	32,81	30/4/2004	7,80	8,29	15,80%	37,38
5/2/2004	6,20	6,22	16,28%	33,08	3/5/2004	7,76	8,04	15,79%	38,21
9/2/2004	6,35	6,28	16,27%	32,83	4/5/2004	7,68	8,02	15,79%	38,98
11/2/2004	6,30	6,31	16,27%	34,00	5/5/2004	7,50	7,96	15,78%	39,57
12/2/2004	6,40	6,29	16,29%	33,98	7/5/2004	7,40	7,50	15,76%	39,93
13/2/2004	6,40	6,26	16,32%	34,56	10/5/2004	7,33	7,30	15,75%	38,93
16/2/2004	6,40	6,26	16,33%	34,56	11/5/2004	7,29	7,31	15,74%	40,06
19/2/2004	6,35	6,06	16,33%	36,00	12/5/2004	7,40	7,08	15,73%	40,77
20/2/2004	6,45	6,03	16,32%	35,60	13/5/2004	7,30	7,00	15,74%	41,08
25/2/2004	6,60	6,13	16,32%	35,68	14/5/2004	7,15	7,08	15,77%	41,38
26/2/2004	6,65	6,20	16,31%	35,51	17/5/2004	7,15	6,94	15,76%	41,55
27/2/2004	6,78	6,26	16,30%	36,16	18/5/2004	7,35	6,78	15,75%	40,54
1/3/2004	6,70	6,30	16,29%	36,86	19/5/2004	7,40	6,73	15,73%	41,50
2/3/2004	6,70	6,33	16,29%	36,66	21/5/2004	7,45	6,71	15,81%	39,93
3/3/2004	6,80	6,34	16,28%	35,80	24/5/2004	7,47	6,80	15,80%	41,72
4/3/2004	6,90	6,34	16,27%	36,64	25/5/2004	7,60	7,07	15,79%	41,14
5/3/2004	6,95	6,50	16,30%	37,26	26/5/2004	7,60	7,12	15,80%	40,70
8/3/2004	7,05	6,56	16,29%	36,57	27/5/2004	7,61	7,32	15,79%	39,44
9/3/2004	7,10	6,76	16,29%	36,28	28/5/2004	7,61	7,43	15,78%	39,88
10/3/2004	7,30	6,71	16,28%	36,10	31/5/2004	7,61	7,26	15,78%	39,88
11/3/2004	8,00	6,81	16,27%	36,78	1/6/2004	7,70	7,48	15,78%	42,33
12/3/2004	8,10	6,94	16,26%	36,19	2/6/2004	7,80	7,79	15,75%	39,96
15/3/2004	8,10	7,09	16,25%	37,44	3/6/2004	7,80	7,91	15,76%	39,28
17/3/2004	7,70	7,43	16,23%	38,18	7/6/2004	7,90	8,35	15,82%	38,66
18/3/2004	7,70	7,52	16,02%	37,93	8/6/2004	7,88	8,53	15,84%	37,28
23/3/2004	7,86	8,07	16,12%	37,45	9/6/2004	7,75	8,59	15,82%	37,54
24/3/2004	7,96	8,23	16,11%	37,01	14/6/2004	7,65	8,57	15,80%	37,59
25/3/2004	7,90	8,60	16,10%	35,51	16/6/2004	7,85	8,70	15,80%	37,32
26/3/2004	7,90	8,74	16,11%	35,73	17/6/2004	7,90	8,74	15,79%	38,46
29/3/2004	7,70	8,83	16,09%	35,45	18/6/2004	7,90	8,68	15,79%	38,75
31/3/2004	7,90	9,28	16,11%	35,76	21/6/2004	7,90	8,72	15,81%	37,63
1/4/2004	7,70	9,44	16,10%	34,27	22/6/2004	7,90	8,73	15,82%	38,11
2/4/2004	7,70	9,77	16,11%	34,39	23/6/2004	7,90	8,79	15,79%	37,57
5/4/2004	8,02	10,00	16,11%	34,38	24/6/2004	7,91	8,76	15,79%	37,93
6/4/2004	8,25	10,10	16,10%	34,97	25/6/2004	8,00	8,68	15,80%	37,55
8/4/2004	7,93	10,05	16,09%	37,14	28/6/2004	8,05	8,59	15,81%	36,24
12/4/2004	7,90	10,14	16,09%	37,84	29/6/2004	8,05	8,66	15,81%	35,66
13/4/2004	7,80	10,17	16,08%	37,21	1/7/2004	7,80	8,65	15,80%	38,74
14/4/2004	7,90	10,20	16,06%	36,72	13/7/2004	9,30	8,99	15,78%	39,44
15/4/2004	7,85	10,05	15,86%	37,57	14/7/2004	9,35	9,08	15,76%	40,97
16/4/2004	7,80	9,86	15,86%	37,74	15/7/2004	9,48	9,16	15,77%	40,77
19/4/2004	7,75	9,78	15,88%	37,42	16/7/2004	9,46	9,27	15,76%	41,25
20/4/2004	7,80	9,81	15,88%	37,60	19/7/2004	9,44	9,39	15,76%	41,64
22/4/2004	7,80	9,54	15,86%	36,71	20/7/2004	9,35	9,36	15,76%	40,86
23/4/2004	7,80	9,58	15,85%	36,46	21/7/2004	9,11	9,36	15,75%	40,58

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
22/7/2004	8,95	9,36	15,75%	41,36	7/10/2004	8,79	9,58	16,23%	52,67
23/7/2004	8,90	9,37	15,75%	41,71	8/10/2004	8,90	9,64	16,24%	53,31
26/7/2004	9,10	9,37	15,75%	41,44	11/10/2004	8,90	9,67	16,24%	53,64
27/7/2004	9,15	9,45	15,75%	41,84	13/10/2004	8,89	9,62	16,24%	53,64
28/7/2004	9,20	9,57	15,76%	42,90	14/10/2004	8,95	9,56	16,24%	54,76
29/7/2004	9,20	9,66	15,78%	42,75	15/10/2004	8,90	9,63	16,24%	54,93
30/7/2004	9,15	9,67	15,82%	43,80	18/10/2004	8,95	9,63	16,24%	53,67
2/8/2004	9,15	9,67	15,82%	43,82	19/10/2004	9,00	9,53	16,24%	53,29
3/8/2004	9,15	9,71	15,82%	44,15	20/10/2004	9,05	9,55	16,24%	54,92
4/8/2004	9,10	9,75	15,83%	42,83	21/10/2004	9,05	9,71	16,74%	54,47
5/8/2004	9,10	9,77	15,84%	44,41	22/10/2004	8,95	9,67	16,74%	55,17
6/8/2004	9,10	9,90	15,86%	43,95	25/10/2004	8,95	9,71	16,74%	54,54
9/8/2004	9,09	9,92	15,86%	44,84	26/10/2004	8,95	9,80	16,74%	55,17
10/8/2004	8,85	9,96	15,87%	44,52	27/10/2004	8,95	9,85	16,74%	52,46
11/8/2004	8,85	9,93	15,88%	44,80	28/10/2004	8,94	9,86	16,74%	50,92
12/8/2004	8,85	9,93	15,88%	45,50	29/10/2004	9,10	9,93	16,74%	51,76
13/8/2004	8,75	10,03	15,88%	46,58	1/11/2004	8,90	9,93	16,74%	50,13
16/8/2004	8,60	10,03	15,88%	46,05	3/11/2004	8,85	10,03	16,73%	50,88
17/8/2004	8,57	10,09	15,88%	46,75	4/11/2004	9,10	10,08	16,73%	48,82
18/8/2004	8,60	10,11	15,87%	47,27	8/11/2004	9,00	10,10	16,74%	49,09
19/8/2004	8,60	10,12	15,86%	48,70	10/11/2004	9,63	10,20	16,74%	48,86
20/8/2004	8,55	10,19	15,85%	47,86	11/11/2004	9,62	10,36	16,74%	47,42
23/8/2004	8,55	10,20	15,84%	46,05	12/11/2004	9,60	10,58	16,74%	47,32
24/8/2004	8,53	10,18	15,83%	45,21	16/11/2004	9,70	10,65	16,74%	46,11
25/8/2004	8,50	10,13	15,84%	43,47	17/11/2004	9,70	10,81	16,74%	46,84
26/8/2004	8,45	10,18	15,86%	43,10	18/11/2004	9,72	10,81	17,24%	46,22
27/8/2004	8,45	10,07	15,88%	43,18	19/11/2004	9,72	10,90	17,24%	48,44
31/8/2004	8,57	10,07	15,91%	42,12	22/11/2004	9,75	11,13	17,23%	48,64
1/9/2004	8,80	10,07	15,92%	44,00	23/11/2004	9,82	11,30	17,23%	48,94
3/9/2004	8,80	10,16	15,92%	43,99	24/11/2004	9,95	11,32	17,24%	49,44
10/9/2004	9,15	10,17	15,94%	42,81	25/11/2004	10,00	11,49	17,23%	49,44
13/9/2004	9,12	10,14	15,95%	43,87	26/11/2004	9,95	11,55	17,22%	49,44
14/9/2004	9,11	10,04	15,97%	44,39	29/11/2004	9,93	11,54	17,22%	49,76
15/9/2004	9,00	10,02	15,97%	43,58	30/11/2004	9,90	11,74	17,21%	49,13
16/9/2004	8,75	9,95	16,22%	43,88	1/12/2004	9,90	11,77	17,23%	45,49
17/9/2004	8,65	9,96	16,23%	45,59	2/12/2004	9,90	11,65	17,23%	43,25
20/9/2004	8,55	9,93	16,24%	46,35	3/12/2004	9,86	11,85	17,23%	42,54
21/9/2004	8,53	9,88	16,24%	47,10	6/12/2004	9,87	11,88	17,24%	42,98
22/9/2004	8,61	9,77	16,24%	48,35	7/12/2004	9,88	11,74	17,24%	41,46
23/9/2004	8,70	9,70	16,24%	48,46	8/12/2004	9,88	11,60	17,24%	41,94
24/9/2004	8,75	9,73	16,24%	48,88	9/12/2004	9,80	11,54	17,24%	42,53
27/9/2004	9,00	9,59	16,24%	49,64	10/12/2004	9,75	11,59	17,24%	40,71
28/9/2004	8,95	9,59	16,24%	49,90	13/12/2004	9,75	11,70	17,24%	41,01
29/9/2004	8,95	9,56	16,23%	49,51	14/12/2004	9,65	11,64	17,24%	41,82
30/9/2004	8,92	9,53	16,24%	49,64	16/12/2004	9,60	11,40	17,74%	44,18
1/10/2004	8,84	9,61	16,23%	50,12	17/12/2004	9,70	11,54	17,74%	46,28
4/10/2004	8,82	9,68	16,22%	49,91	20/12/2004	9,82	11,67	17,74%	45,64
5/10/2004	8,82	9,68	16,20%	51,09	21/12/2004	9,90	11,42	17,74%	45,76
6/10/2004	8,81	9,64	16,22%	52,02	22/12/2004	9,90	11,42	17,74%	44,24

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
23/12/2004	10,00	11,28	17,74%	44,18	15/3/2005	10,55	11,84	18,75%	55,05
27/12/2004	9,98	11,30	17,74%	41,32	16/3/2005	10,54	12,16	18,75%	56,46
28/12/2004	10,05	11,25	17,74%	41,77	17/3/2005	10,58	12,63	19,24%	56,40
29/12/2004	10,10	11,34	17,74%	43,64	18/3/2005	10,65	12,84	19,24%	56,72
30/12/2004	10,20	11,26	17,75%	43,45	21/3/2005	10,75	12,95	19,24%	56,62
4/1/2005	10,10	11,13	17,74%	43,91	22/3/2005	10,85	13,35	19,24%	56,03
5/1/2005	9,90	11,07	17,74%	43,39	23/3/2005	10,85	13,22	19,24%	53,81
6/1/2005	10,05	11,01	17,74%	45,56	24/3/2005	10,80	13,55	19,24%	54,84
7/1/2005	9,75	11,01	17,74%	45,43	28/3/2005	11,28	13,70	19,25%	54,05
10/1/2005	9,75	11,03	17,74%	45,33	29/3/2005	11,50	13,84	19,25%	54,23
11/1/2005	9,80	11,01	17,74%	45,68	30/3/2005	11,50	13,98	19,25%	53,99
12/1/2005	9,78	11,04	17,74%	46,37	31/3/2005	11,50	14,04	19,25%	55,40
13/1/2005	9,88	10,96	17,74%	48,04	4/4/2005	11,00	14,34	19,24%	57,01
14/1/2005	9,95	10,93	17,74%	48,38	6/4/2005	11,05	14,54	19,24%	55,85
18/1/2005	9,95	10,87	17,74%	48,38	11/4/2005	9,75	14,24	19,24%	53,71
19/1/2005	9,93	10,87	17,75%	47,55	12/4/2005	9,68	14,00	19,24%	51,86
20/1/2005	9,98	10,76	18,24%	46,91	13/4/2005	9,61	13,74	19,24%	50,22
21/1/2005	9,98	10,82	18,24%	48,53	14/4/2005	9,45	13,42	19,24%	51,13
24/1/2005	9,80	10,85	18,24%	48,81	15/4/2005	9,40	12,92	19,24%	50,49
26/1/2005	9,85	10,67	18,24%	48,78	18/4/2005	9,40	12,58	19,24%	50,37
27/1/2005	9,65	10,66	18,24%	48,84	19/4/2005	9,50	12,57	19,24%	52,29
28/1/2005	9,50	10,80	18,24%	47,18	20/4/2005	9,50	12,31	19,24%	52,44
31/1/2005	9,55	10,98	18,24%	48,20	22/4/2005	9,58	12,22	19,49%	55,39
1/2/2005	9,90	10,99	18,24%	47,12	25/4/2005	9,58	11,87	19,49%	54,57
4/2/2005	10,00	11,00	18,25%	46,48	26/4/2005	9,60	11,46	19,49%	54,20
9/2/2005	10,65	11,12	18,25%	45,46	27/4/2005	9,64	11,18	19,50%	51,61
10/2/2005	10,80	10,92	18,25%	47,10	28/4/2005	9,55	10,86	19,50%	51,77
11/2/2005	10,70	11,04	18,26%	47,16	2/5/2005	9,65	10,82	19,50%	50,92
14/2/2005	10,72	11,11	18,26%	47,44	3/5/2005	9,60	10,88	19,51%	49,50
15/2/2005	10,71	11,10	18,26%	47,26	4/5/2005	9,60	10,95	19,51%	50,13
16/2/2005	10,65	11,12	18,26%	48,33	5/5/2005	9,55	11,02	19,51%	50,83
17/2/2005	10,65	11,18	18,75%	47,54	9/5/2005	9,55	11,03	19,52%	52,03
18/2/2005	10,60	11,14	18,75%	48,35	10/5/2005	9,60	10,87	19,52%	52,07
21/2/2005	10,46	11,11	18,75%	48,35	11/5/2005	9,65	10,87	19,52%	50,45
22/2/2005	10,48	11,06	18,75%	51,15	12/5/2005	9,60	10,77	19,52%	48,54
23/2/2005	10,50	11,16	18,75%	51,17	13/5/2005	9,57	10,67	19,52%	48,67
24/2/2005	10,48	11,02	18,75%	51,39	16/5/2005	9,59	10,64	19,52%	48,61
25/2/2005	10,42	11,11	18,75%	51,49	17/5/2005	9,56	10,50	19,52%	48,97
28/2/2005	10,55	11,27	18,74%	51,75	18/5/2005	9,65	10,52	19,51%	47,25
1/3/2005	10,53	11,17	18,74%	51,68	19/5/2005	9,68	10,50	19,76%	46,92
2/3/2005	10,48	11,10	18,74%	53,05	20/5/2005	9,70	10,47	19,75%	46,80
3/3/2005	10,40	10,99	18,74%	53,57	23/5/2005	9,75	10,47	19,75%	49,16
4/3/2005	10,40	11,11	18,74%	53,78	24/5/2005	9,75	10,43	19,75%	49,67
7/3/2005	10,28	11,12	18,75%	53,89	25/5/2005	9,80	10,54	19,75%	50,98
8/3/2005	10,38	11,19	18,75%	54,59	27/5/2005	9,80	10,65	19,75%	51,85
9/3/2005	10,40	11,25	18,75%	54,77	1/6/2005	9,80	10,51	19,76%	54,60
10/3/2005	10,40	11,28	18,75%	53,54	2/6/2005	9,80	10,65	19,75%	53,63
11/3/2005	10,40	11,45	18,75%	54,43	3/6/2005	9,90	10,57	19,75%	55,03
14/3/2005	10,48	11,55	18,75%	54,95	6/6/2005	9,95	10,47	19,75%	54,49

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
7/6/2005	9,94	10,51	19,75%	53,76	25/8/2005	12,05	12,79	19,74%	67,49
8/6/2005	9,95	10,52	19,75%	52,54	26/8/2005	11,95	12,76	19,74%	66,13
9/6/2005	10,00	10,35	19,75%	54,28	29/8/2005	12,10	12,87	19,73%	67,20
10/6/2005	9,98	10,45	19,75%	53,54	30/8/2005	12,15	12,81	19,73%	69,81
13/6/2005	10,00	10,53	19,75%	55,62	12/9/2005	12,65	13,51	19,74%	63,34
14/6/2005	9,94	10,67	19,75%	55,00	14/9/2005	12,65	13,58	19,74%	65,09
16/6/2005	9,96	10,79	19,74%	56,58	15/9/2005	12,80	13,77	19,49%	64,75
17/6/2005	9,99	10,84	19,74%	58,47	16/9/2005	12,80	13,78	19,50%	63,00
20/6/2005	9,99	10,82	19,74%	59,37	19/9/2005	12,85	13,92	19,51%	67,39
21/6/2005	10,00	10,91	19,74%	58,90	20/9/2005	12,90	14,02	19,51%	66,23
22/6/2005	10,05	10,97	19,74%	58,09	21/9/2005	12,90	14,12	19,50%	66,80
23/6/2005	10,10	10,96	19,74%	59,42	22/9/2005	12,95	14,23	19,51%	66,50
24/6/2005	10,20	11,16	19,74%	59,84	23/9/2005	13,00	14,31	19,50%	64,19
27/6/2005	10,20	11,23	19,74%	60,54	26/9/2005	13,00	14,39	19,50%	65,82
28/6/2005	10,20	11,38	19,74%	58,20	27/9/2005	13,00	14,37	19,50%	65,07
30/6/2005	10,30	11,82	19,74%	56,50	28/9/2005	13,05	14,57	19,52%	66,35
1/7/2005	11,10	11,85	19,73%	58,75	29/9/2005	13,10	14,75	19,52%	66,79
8/7/2005	10,87	12,07	19,72%	59,63	30/9/2005	13,15	14,64	19,53%	66,24
11/7/2005	10,90	12,29	19,72%	58,92	4/10/2005	13,60	14,54	19,46%	63,90
12/7/2005	11,00	12,42	19,72%	60,62	5/10/2005	13,60	14,49	19,45%	62,79
13/7/2005	11,05	12,44	19,72%	60,01	6/10/2005	13,32	14,39	19,45%	61,36
14/7/2005	11,20	12,57	19,72%	57,80	7/10/2005	13,50	14,73	19,45%	61,84
15/7/2005	11,18	12,59	19,73%	58,09	10/10/2005	13,62	14,86	19,45%	61,80
18/7/2005	11,40	12,68	19,72%	57,32	11/10/2005	13,70	15,00	19,45%	63,53
19/7/2005	11,55	12,64	19,72%	57,46	13/10/2005	13,70	14,92	19,45%	63,08
20/7/2005	11,60	12,62	19,72%	56,72	14/10/2005	13,75	15,02	19,45%	62,63
21/7/2005	11,60	12,57	19,72%	57,13	17/10/2005	13,75	15,12	19,45%	64,36
25/7/2005	11,65	12,01	19,72%	59,00	18/10/2005	13,90	15,06	19,45%	63,20
26/7/2005	11,70	12,06	19,72%	59,20	19/10/2005	14,05	15,02	19,45%	62,41
27/7/2005	11,70	12,17	19,72%	59,11	20/10/2005	14,10	15,08	18,95%	61,03
28/7/2005	11,70	12,42	19,73%	59,94	21/10/2005	14,15	15,05	18,95%	60,63
29/7/2005	11,70	12,57	19,74%	60,57	24/10/2005	14,25	15,13	18,95%	60,32
1/8/2005	11,75	12,70	19,74%	61,57	25/10/2005	14,28	15,11	18,95%	62,44
2/8/2005	11,75	12,87	19,75%	61,89	26/10/2005	14,30	15,01	18,95%	60,66
3/8/2005	11,81	13,01	19,75%	60,86	27/10/2005	14,30	14,95	18,95%	61,09
4/8/2005	11,90	13,03	19,76%	61,38	28/10/2005	14,25	15,15	18,95%	61,22
5/8/2005	11,90	13,05	19,76%	62,31	31/10/2005	14,25	15,31	18,95%	59,76
8/8/2005	12,00	12,99	19,76%	63,94	3/11/2005	13,30	15,53	18,95%	61,78
10/8/2005	11,95	13,39	19,76%	64,90	4/11/2005	13,30	15,64	18,96%	60,58
11/8/2005	12,00	13,07	19,76%	65,80	10/11/2005	13,80	15,94	19,02%	57,80
12/8/2005	12,05	12,96	19,76%	66,86	14/11/2005	14,00	15,62	19,03%	57,69
15/8/2005	12,05	13,22	19,76%	66,27	16/11/2005	14,30	15,65	19,02%	57,88
16/8/2005	12,00	13,07	19,77%	66,08	17/11/2005	14,40	15,70	19,01%	56,34
17/8/2005	12,10	12,97	19,75%	63,25	18/11/2005	14,34	15,39	19,00%	56,14
18/8/2005	12,10	12,86	19,74%	63,27	21/11/2005	14,41	15,40	18,98%	57,70
19/8/2005	12,10	12,55	19,74%	65,35	22/11/2005	14,40	15,26	18,98%	58,84
22/8/2005	12,10	12,88	19,74%	65,45	23/11/2005	14,40	15,27	18,96%	58,71
23/8/2005	12,02	12,70	19,74%	65,71	24/11/2005	14,40	15,20	18,46%	58,71
24/8/2005	12,10	12,59	19,74%	67,32	25/11/2005	14,50	15,15	18,47%	58,71

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
28/11/2005	14,50	15,31	18,49%	57,36	17/2/2006	21,00	24,66	17,29%	59,88
29/11/2005	14,55	15,33	18,50%	56,50	21/2/2006	21,10	24,57	17,29%	61,10
30/11/2005	14,50	15,20	18,53%	57,32	22/2/2006	21,50	24,81	17,29%	61,01
1/12/2005	14,70	15,11	18,52%	58,47	23/2/2006	21,45	24,75	17,29%	60,54
5/12/2005	15,00	15,58	18,49%	59,91	24/2/2006	21,10	24,67	17,29%	62,91
6/12/2005	15,00	15,93	18,48%	59,94	1/3/2006	20,70	25,08	17,29%	61,97
7/12/2005	15,20	16,09	18,48%	59,21	3/3/2006	21,00	25,40	17,29%	63,67
9/12/2005	15,25	16,16	18,48%	59,39	6/3/2006	21,20	25,03	17,29%	62,41
12/12/2005	15,50	16,23	18,48%	61,30	7/3/2006	21,30	24,71	17,29%	61,58
14/12/2005	15,50	16,68	18,48%	60,85	8/3/2006	21,00	24,48	17,29%	60,02
15/12/2005	15,50	16,79	18,00%	59,99	9/3/2006	21,10	24,55	16,54%	60,47
16/12/2005	15,60	16,84	18,03%	58,06	10/3/2006	21,24	24,66	16,54%	59,96
19/12/2005	15,65	17,07	18,04%	57,34	13/3/2006	21,60	24,67	16,54%	61,77
20/12/2005	15,65	17,48	18,04%	57,98	14/3/2006	21,20	24,64	16,54%	63,10
22/12/2005	16,00	18,33	18,04%	58,28	15/3/2006	21,50	24,71	16,54%	62,17
23/12/2005	16,30	18,67	18,04%	58,43	16/3/2006	21,40	24,80	16,54%	63,58
26/12/2005	16,30	18,76	18,04%	58,43	17/3/2006	21,45	24,39	16,54%	62,77
27/12/2005	16,50	19,10	18,04%	58,16	20/3/2006	21,60	23,91	16,54%	60,42
28/12/2005	16,50	19,12	18,04%	59,82	21/3/2006	21,81	23,39	16,54%	60,57
29/12/2005	16,60	19,60	18,05%	60,32	22/3/2006	21,85	23,43	16,54%	61,77
2/1/2006	16,65	19,69	17,98%	61,04	23/3/2006	21,75	23,07	16,54%	63,91
3/1/2006	16,75	20,03	17,98%	63,14	24/3/2006	22,25	23,12	16,54%	64,26
4/1/2006	16,90	20,55	17,97%	63,42	27/3/2006	22,35	22,89	16,54%	64,16
5/1/2006	17,10	20,80	17,96%	62,79	28/3/2006	22,60	22,54	16,54%	66,07
6/1/2006	17,30	20,95	17,95%	64,21	29/3/2006	22,40	22,42	16,54%	66,45
9/1/2006	17,30	21,45	17,95%	63,50	30/3/2006	22,34	22,77	16,54%	67,15
10/1/2006	17,40	21,42	17,95%	63,37	31/3/2006	22,40	23,07	16,54%	66,63
11/1/2006	17,45	21,14	17,95%	63,94	3/4/2006	20,60	23,41	16,45%	66,74
12/1/2006	17,50	21,19	17,95%	63,94	7/4/2006	21,00	23,59	16,45%	67,39
13/1/2006	17,60	21,01	17,95%	63,92	10/4/2006	20,10	23,58	16,45%	68,74
16/1/2006	17,55	20,91	17,95%	63,92	11/4/2006	20,10	23,87	16,45%	68,98
17/1/2006	17,65	20,63	17,95%	66,31	12/4/2006	20,12	23,87	16,45%	68,62
18/1/2006	17,75	20,39	17,95%	65,73	13/4/2006	19,85	23,96	16,45%	69,32
19/1/2006	17,90	20,40	17,20%	66,83	18/4/2006	21,00	24,11	16,45%	71,35
20/1/2006	18,20	20,91	17,20%	68,35	19/4/2006	20,60	24,18	16,44%	72,17
23/1/2006	19,10	21,26	17,20%	68,10	20/4/2006	20,35	24,02	15,69%	71,95
24/1/2006	19,10	21,46	17,20%	67,06	24/4/2006	20,30	23,88	15,68%	73,33
26/1/2006	19,20	21,60	17,22%	66,26	25/4/2006	20,30	23,66	15,68%	72,88
27/1/2006	19,25	21,75	17,23%	67,76	26/4/2006	20,10	23,65	15,68%	71,93
30/1/2006	19,50	21,88	17,23%	68,35	27/4/2006	19,80	23,69	15,69%	70,97
31/1/2006	18,50	22,03	17,23%	67,92	28/4/2006	19,90	23,79	15,70%	71,88
1/2/2006	19,00	22,08	17,23%	66,56	2/5/2006	20,30	23,97	15,70%	74,61
2/2/2006	20,40	22,30	17,24%	64,68	3/5/2006	20,45	23,74	15,71%	72,28
3/2/2006	20,90	22,61	17,26%	65,37	4/5/2006	20,15	23,81	15,71%	69,94
9/2/2006	21,00	23,57	17,29%	62,62	5/5/2006	20,35	23,98	15,77%	70,19
13/2/2006	21,00	23,94	17,29%	61,24	8/5/2006	20,20	23,69	15,77%	69,77
14/2/2006	21,00	24,18	17,29%	59,57	9/5/2006	20,50	23,69	15,77%	70,69
15/2/2006	21,50	24,28	17,29%	57,65	11/5/2006	20,75	22,95	15,70%	73,32
16/2/2006	21,10	24,67	17,29%	58,46	12/5/2006	21,00	22,31	15,75%	72,04

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
15/5/2006	20,60	21,90	15,74%	69,41	31/7/2006	18,60	22,23	14,66%	74,40
16/5/2006	20,40	22,41	15,77%	69,53	1/8/2006	18,55	22,12	14,66%	74,91
17/5/2006	20,45	21,74	15,68%	68,69	2/8/2006	18,20	22,11	14,66%	75,81
18/5/2006	19,82	21,99	15,68%	69,45	3/8/2006	17,86	22,11	14,67%	75,46
19/5/2006	19,80	21,67	15,66%	68,53	4/8/2006	17,90	21,87	14,66%	74,76
22/5/2006	19,70	20,91	15,66%	69,23	7/8/2006	17,70	21,74	14,66%	76,98
23/5/2006	20,05	20,96	15,67%	71,76	8/8/2006	17,30	21,56	14,66%	76,31
24/5/2006	19,65	20,09	15,66%	69,86	9/8/2006	17,30	21,50	14,66%	76,35
25/5/2006	19,65	21,11	15,67%	71,32	10/8/2006	17,10	21,53	14,66%	74,00
26/5/2006	19,30	21,78	15,66%	71,37	11/8/2006	16,45	21,45	14,67%	74,35
29/5/2006	19,15	21,66	15,67%	71,37	14/8/2006	15,39	21,27	14,69%	73,53
30/5/2006	18,95	21,44	15,66%	72,03	16/8/2006	15,80	20,47	14,69%	71,89
31/5/2006	18,50	21,19	15,66%	71,29	17/8/2006	15,90	20,15	14,69%	70,06
1/6/2006	18,20	21,92	15,17%	70,34	18/8/2006	16,09	19,89	14,74%	71,14
2/6/2006	18,40	21,61	15,16%	72,33	21/8/2006	16,05	20,00	14,70%	72,45
5/6/2006	18,20	21,96	15,17%	72,60	22/8/2006	15,85	19,77	14,69%	72,63
6/6/2006	18,20	21,89	15,17%	72,50	23/8/2006	16,05	19,30	14,68%	71,76
7/6/2006	18,70	22,08	15,17%	70,82	24/8/2006	15,70	19,10	14,69%	72,36
8/6/2006	18,90	21,78	15,17%	70,35	25/8/2006	15,85	18,93	14,68%	72,51
9/6/2006	19,15	21,94	15,17%	71,63	28/8/2006	15,82	18,87	14,69%	70,61
12/6/2006	19,00	21,69	15,18%	70,36	29/8/2006	15,30	18,56	14,69%	69,71
13/6/2006	18,95	21,58	15,19%	68,56	30/8/2006	15,10	18,45	14,67%	70,03
14/6/2006	18,97	21,75	15,18%	69,14	1/9/2006	14,50	18,31	14,17%	69,19
16/6/2006	19,25	22,00	15,18%	69,88	4/9/2006	14,50	18,12	14,17%	69,19
19/6/2006	19,20	22,01	15,18%	68,98	5/9/2006	15,00	18,10	14,18%	68,60
20/6/2006	19,60	22,05	15,18%	68,94	12/9/2006	15,60	17,25	14,17%	63,76
21/6/2006	19,80	22,27	15,18%	70,33	13/9/2006	16,30	17,31	14,17%	63,97
22/6/2006	19,80	22,22	15,18%	70,84	15/9/2006	16,45	17,53	14,17%	63,33
23/6/2006	19,80	22,31	15,17%	70,87	18/9/2006	16,47	17,68	14,16%	63,80
26/6/2006	19,75	22,44	15,18%	71,80	19/9/2006	16,38	17,56	14,17%	61,66
27/6/2006	19,50	22,35	15,18%	71,92	20/9/2006	16,15	17,46	14,17%	60,46
28/6/2006	19,30	22,61	15,18%	72,19	21/9/2006	15,80	17,27	14,18%	61,59
29/6/2006	19,35	23,25	15,18%	73,52	22/9/2006	15,00	17,20	14,17%	60,55
30/6/2006	19,74	23,29	15,18%	73,93	25/9/2006	14,39	17,02	14,17%	61,45
7/7/2006	20,20	23,24	15,18%	74,09	26/9/2006	14,40	17,25	14,17%	61,01
11/7/2006	19,90	23,08	15,18%	74,16	27/9/2006	14,40	17,33	14,17%	62,96
12/7/2006	19,80	22,93	15,18%	74,95	28/9/2006	14,55	17,40	14,17%	62,76
13/7/2006	19,85	22,65	15,18%	76,70	29/9/2006	14,65	17,41	14,17%	62,91
14/7/2006	19,40	22,73	15,18%	77,03	2/10/2006	14,50	17,51	14,16%	61,03
17/7/2006	18,81	22,87	15,16%	75,30	4/10/2006	14,30	17,50	14,16%	59,41
18/7/2006	18,90	23,02	15,19%	73,54	5/10/2006	14,25	17,47	14,16%	60,03
19/7/2006	18,70	23,21	15,17%	72,66	9/10/2006	14,55	17,35	14,16%	59,96
20/7/2006	18,80	23,05	14,66%	73,08	10/10/2006	14,70	17,44	14,16%	58,52
21/7/2006	18,75	22,93	14,65%	74,43	11/10/2006	14,40	17,30	14,16%	57,59
24/7/2006	18,95	22,82	14,66%	75,05	13/10/2006	15,00	17,41	14,16%	58,57
25/7/2006	18,86	22,58	14,66%	73,75	16/10/2006	15,35	17,50	14,16%	59,94
26/7/2006	18,75	22,68	14,66%	73,94	17/10/2006	16,05	17,46	14,16%	58,93
27/7/2006	18,45	22,53	14,66%	74,54	18/10/2006	15,55	17,45	14,16%	57,65
28/7/2006	18,50	22,44	14,65%	73,24	19/10/2006	15,70	17,39	13,67%	58,50

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
20/10/2006	15,55	17,39	13,65%	56,82	19/1/2007	14,70	17,33	13,19%	51,99
23/10/2006	15,75	17,41	13,66%	58,81	22/1/2007	14,75	17,28	13,19%	51,13
24/10/2006	15,68	17,34	13,67%	59,35	23/1/2007	14,85	17,29	13,19%	55,04
25/10/2006	15,75	17,29	13,68%	61,40	24/1/2007	15,05	17,24	13,18%	55,37
26/10/2006	15,80	17,28	13,68%	60,36	26/1/2007	15,05	17,14	12,92%	55,42
27/10/2006	15,79	17,36	13,67%	60,75	29/1/2007	14,95	17,02	12,93%	54,01
30/10/2006	15,63	17,24	13,68%	58,36	30/1/2007	14,70	17,13	12,93%	56,97
31/10/2006	15,60	17,32	13,68%	58,73	31/1/2007	14,50	17,03	12,93%	58,14
7/11/2006	15,00	17,24	13,69%	58,93	6/2/2007	15,20	16,97	12,93%	58,88
10/11/2006	16,40	16,88	13,66%	59,59	12/2/2007	14,30	16,63	12,93%	57,81
13/11/2006	16,17	16,72	13,68%	58,58	13/2/2007	14,25	16,55	12,93%	59,06
14/11/2006	16,10	16,94	13,67%	58,28	14/2/2007	14,25	16,64	12,93%	58,00
16/11/2006	15,75	16,89	13,66%	56,26	15/2/2007	14,65	16,44	12,93%	57,99
17/11/2006	15,25	16,82	13,66%	55,81	16/2/2007	14,80	16,51	12,94%	59,39
21/11/2006	15,20	16,88	13,68%	60,17	21/2/2007	14,70	16,63	12,94%	60,07
22/11/2006	15,28	16,73	13,66%	59,24	22/2/2007	14,90	16,63	12,94%	60,95
23/11/2006	15,15	16,80	13,67%	59,24	23/2/2007	14,90	16,63	12,94%	61,14
24/11/2006	15,25	16,79	13,66%	59,24	26/2/2007	14,80	16,56	12,93%	61,39
27/11/2006	15,40	16,54	13,66%	60,32	27/2/2007	15,00	16,33	12,93%	61,46
28/11/2006	15,45	16,58	13,68%	60,99	28/2/2007	14,80	16,32	12,93%	61,79
29/11/2006	15,79	16,70	13,68%	62,46	1/3/2007	14,91	16,42	12,93%	62,00
30/11/2006	15,80	16,85	13,18%	63,13	2/3/2007	15,00	16,32	12,93%	61,64
1/12/2006	15,80	16,82	13,18%	63,43	6/3/2007	15,10	16,45	12,93%	60,69
4/12/2006	15,50	16,84	13,18%	62,44	7/3/2007	15,05	16,51	12,93%	61,82
5/12/2006	15,50	17,00	13,19%	62,43	8/3/2007	15,05	16,54	12,69%	61,64
6/12/2006	15,30	17,01	13,18%	62,19	9/3/2007	15,15	16,51	12,69%	60,05
7/12/2006	14,96	17,06	13,18%	62,49	12/3/2007	15,20	16,57	12,69%	58,91
8/12/2006	15,20	17,06	13,18%	62,03	13/3/2007	15,50	16,41	12,68%	57,93
11/12/2006	15,20	17,15	13,19%	61,22	14/3/2007	15,51	16,48	12,68%	58,16
12/12/2006	15,22	17,13	13,18%	61,02	15/3/2007	15,60	16,65	12,68%	57,55
13/12/2006	15,25	17,24	13,19%	61,37	16/3/2007	15,50	16,61	12,68%	57,11
14/12/2006	15,20	17,24	13,19%	62,51	19/3/2007	15,60	16,74	12,68%	56,59
15/12/2006	15,20	17,19	13,18%	63,43	20/3/2007	15,85	16,77	12,68%	56,73
18/12/2006	15,50	17,14	13,19%	62,21	21/3/2007	15,95	16,75	12,68%	59,61
19/12/2006	15,50	17,13	13,19%	63,15	22/3/2007	16,10	16,80	12,68%	61,69
20/12/2006	15,45	17,13	13,19%	63,72	23/3/2007	16,17	16,82	12,68%	62,28
21/12/2006	15,45	17,18	13,19%	62,66	26/3/2007	16,10	16,75	12,68%	62,91
22/12/2006	15,40	17,19	13,19%	62,41	27/3/2007	16,05	16,78	12,68%	62,93
3/1/2007	15,20	17,14	13,18%	58,32	28/3/2007	16,10	16,74	12,68%	64,08
4/1/2007	15,00	17,06	13,19%	55,59	29/3/2007	16,00	17,01	12,68%	66,03
5/1/2007	14,95	17,02	13,19%	56,31	30/3/2007	15,90	16,81	12,68%	65,87
9/1/2007	14,70	17,18	13,19%	55,64	2/4/2007	15,00	16,99	12,68%	65,94
10/1/2007	14,75	17,25	13,19%	54,02	11/4/2007	12,85	16,92	12,68%	62,01
11/1/2007	14,80	17,24	13,19%	51,88	12/4/2007	12,85	16,83	12,68%	63,85
12/1/2007	14,65	17,32	13,18%	52,99	13/4/2007	12,80	16,96	12,68%	63,63
15/1/2007	14,70	17,32	13,19%	52,99	16/4/2007	12,75	16,82	12,68%	63,61
16/1/2007	14,70	17,35	13,19%	51,21	17/4/2007	12,75	16,62	12,67%	63,10
17/1/2007	14,60	17,34	13,19%	52,24	18/4/2007	12,50	16,55	12,67%	63,13
18/1/2007	14,60	17,33	13,19%	50,48	19/4/2007	12,60	16,56	12,43%	61,83

Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo	Data	Preço do contrato futuro	Preço do contrato à vista	Juros livre de risco	Preço do petróleo
20/4/2007	12,50	16,47	12,43%	63,38	23/7/2007	12,23	13,32	11,43%	74,89
23/4/2007	12,30	16,37	12,43%	65,89	24/7/2007	12,25	13,21	11,43%	73,56
24/4/2007	12,20	16,25	12,43%	64,58	25/7/2007	12,30	13,19	11,43%	75,88
25/4/2007	11,96	16,34	12,43%	65,84	26/7/2007	12,45	12,78	11,43%	74,95
26/4/2007	12,00	16,24	12,43%	65,06	27/7/2007	12,25	13,10	11,43%	77,02
27/4/2007	11,70	15,98	12,43%	66,46	30/7/2007	12,20	13,38	11,43%	76,83
2/5/2007	11,70	15,68	12,43%	63,68	31/7/2007	12,40	13,38	11,43%	78,21
3/5/2007	11,70	15,48	12,43%	63,19	3/8/2007	12,30	13,30	11,43%	75,48
7/5/2007	11,80	15,22	12,43%	61,47	6/8/2007	12,15	13,34	11,43%	72,06
8/5/2007	11,70	15,12	12,43%	62,26	7/8/2007	12,10	13,37	11,43%	72,42
9/5/2007	12,00	15,12	12,43%	61,55	9/8/2007	12,10	13,22	11,43%	71,59
10/5/2007	12,05	14,62	12,43%	61,81	10/8/2007	11,90	13,06	11,43%	71,47
11/5/2007	12,10	14,43	12,43%	62,37	13/8/2007	11,85	13,07	11,42%	71,62
15/5/2007	11,75	14,38	12,43%	63,17	15/8/2007	11,85	12,39	11,43%	73,33
16/5/2007	11,80	14,56	12,43%	62,55	16/8/2007	11,60	12,02	11,43%	71,00
18/5/2007	11,75	14,16	12,43%	64,94	17/8/2007	11,80	12,36	11,43%	71,98
21/5/2007	11,95	14,05	12,43%	66,27	20/8/2007	11,65	12,25	11,43%	71,12
22/5/2007	11,80	14,03	12,43%	64,97	21/8/2007	11,50	12,19	11,43%	69,47
23/5/2007	11,70	13,87	12,43%	65,77	22/8/2007	11,55	12,34	11,43%	69,26
24/5/2007	11,70	13,59	12,43%	64,18	23/8/2007	11,60	12,55	11,43%	69,83
25/5/2007	12,05	13,82	12,43%	65,20	24/8/2007	11,40	12,89	11,43%	71,09
28/5/2007	12,00	13,75	12,43%	65,20	27/8/2007	11,70	12,85	11,43%	71,97
29/5/2007	12,10	13,65	12,43%	63,15	28/8/2007	11,90	12,55	11,43%	71,73
30/5/2007	12,00	13,67	12,43%	63,49	29/8/2007	11,90	12,78	11,43%	73,51
31/5/2007	12,15	13,78	12,43%	64,01	30/8/2007	11,75	12,68	11,43%	73,36
5/6/2007	11,65	13,47	12,43%	65,61	31/8/2007	11,45	12,82	11,43%	74,04
8/6/2007	11,70	13,17	11,93%	64,76	6/9/2007	11,45	13,03	11,18%	76,30
13/6/2007	11,70	12,95	11,93%	66,26	10/9/2007	11,30	13,03	11,18%	77,49
14/6/2007	11,70	13,01	11,93%	67,65	12/9/2007	11,26	13,03	11,18%	79,91
15/6/2007	11,90	12,98	11,93%	68,00	13/9/2007	11,25	13,03	11,18%	80,09
18/6/2007	11,90	12,87	11,93%	69,09					
19/6/2007	11,85	12,79	11,93%	69,10					
20/6/2007	11,81	12,60	11,93%	68,19					
21/6/2007	11,90	12,66	11,93%	68,65					
22/6/2007	11,84	12,47	11,93%	69,14					
25/6/2007	11,70	12,41	11,93%	69,18					
26/6/2007	11,79	12,37	11,93%	67,77					
27/6/2007	11,85	12,33	11,93%	68,97					
28/6/2007	11,85	12,46	11,93%	69,57					
29/6/2007	12,00	12,42	11,93%	70,68					
2/7/2007	12,30	12,49	11,93%	71,09					
3/7/2007	12,30	12,56	11,93%	71,41					
11/7/2007	12,10	12,73	11,93%	72,56					
13/7/2007	12,20	12,96	11,93%	73,93					
16/7/2007	12,20	12,93	11,93%	74,15					
17/7/2007	12,15	13,21	11,93%	74,02					
18/7/2007	12,25	13,22	11,93%	75,05					
19/7/2007	12,40	13,24	11,43%	75,92					
20/7/2007	12,40	13,23	11,43%	75,57					



Figura A-1 – Preço do contrato futuro de açúcar

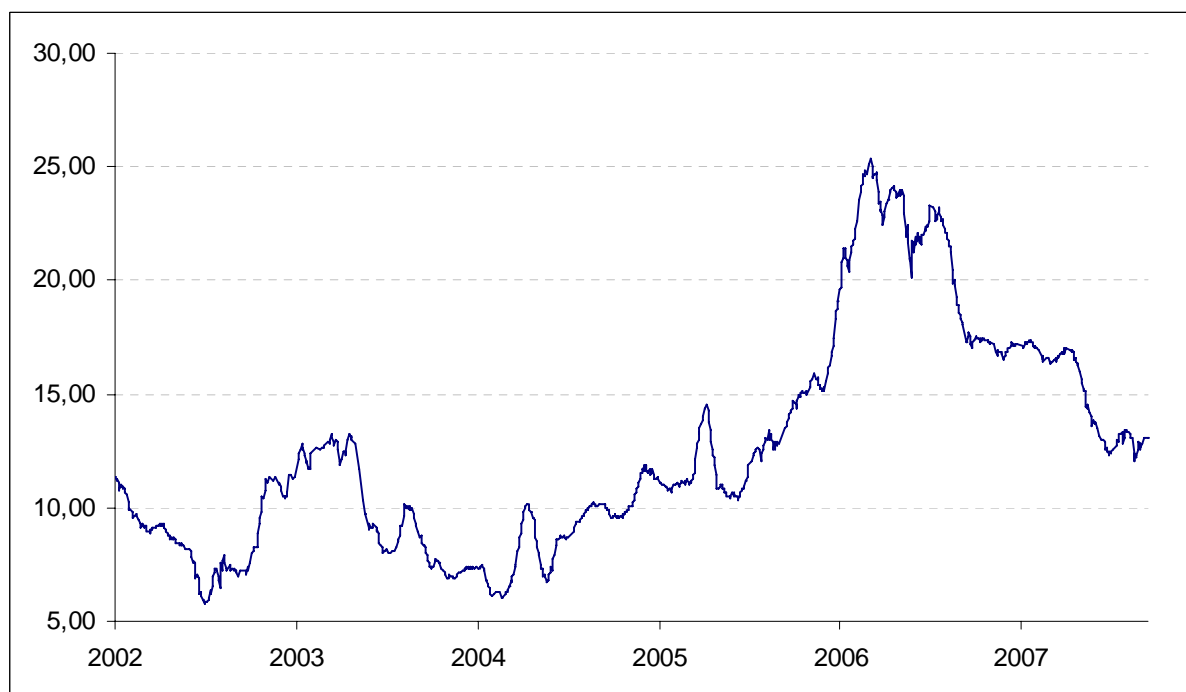


Figura A-2 – Preço do contrato à vista de açúcar

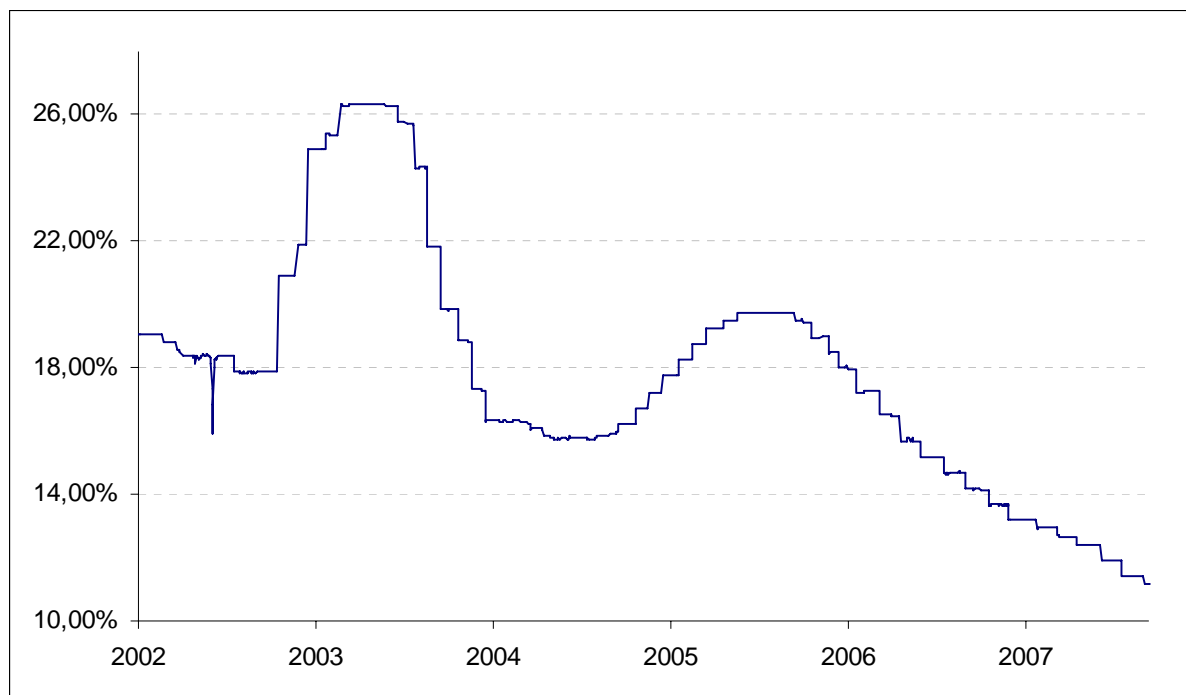


Figura A-3 – Taxa de juros livre de risco

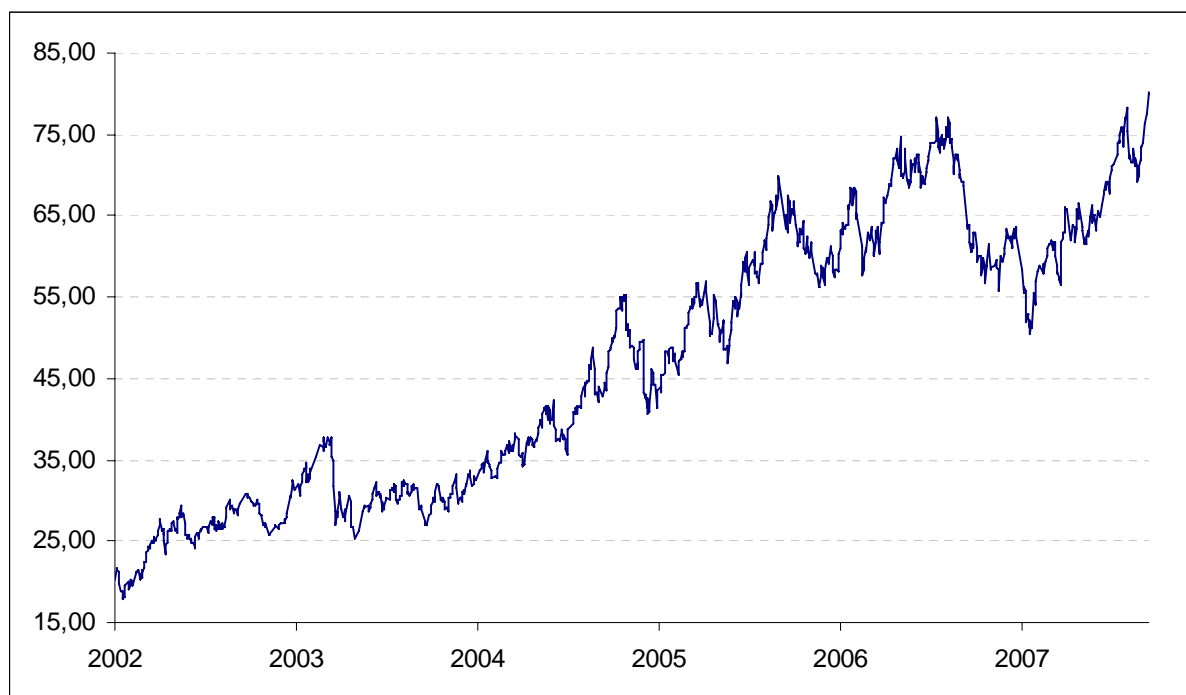


Figura A-4 – Preço do barril de petróleo